

Aufgabensammlung Mess- und Sensorik

Bearbeitet von
Andreas Hebestreit

1. Auflage 2016. Taschenbuch. 326 S. Paperback

ISBN 978 3 446 44266 5

Format (B x L): 16,8 x 24,2 cm

Gewicht: 611 g

[Weitere Fachgebiete > Technik > Energietechnik, Elektrotechnik](#)

schnell und portofrei erhältlich bei



Die Online-Fachbuchhandlung beck-shop.de ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

Für Profis

1

Rauschen

In diesem Kapitel geht es um das Phänomen Rauschen, wobei der Schwerpunkt auf den Auswirkungen des weißen Rauschens (Widerstandsrauschen) liegt.

■ 1.1 Einführung

Bekanntlich ist das Rauschen in der Nachrichtentechnik von erheblicher Bedeutung. Insbesondere spielt der Rauschabstand bei Kleinsignalen eine große Rolle. In der Messtechnik geht es oft darum, kleinste Amplitudenänderungen zu erkennen. Um diese zu detektieren, dürfen sie nicht im Grundrauschen (*noise floor*) verschwinden.

■ 1.2 Fragen und Aufgaben

1. Die effektiv erzielbare Auflösung einer Messkette (Sensor, Kabel, Verstärker, ADU) ist nicht nur von der Bitbreite des ADU abhängig. Was spielt außerdem eine Rolle?
2. Ein aktiver Beschleunigungsaufnehmer (Messbereich 0 bis 100 m/s^2 , Output 0 bis 10 V) erzeugt im Messfrequenzbereich ein Rauschen von einem Millivolt. Der nachgeschaltete ADU hat eine Auflösung von 16 bit. Berechnen Sie die Auflösung der Messkette und geben Sie das Ergebnis in m/s^2 an!
3. Von welcher Umgebungsbedingung hängt das Nyquist-Rauschen ab?
4. Von welcher Sensoreigenschaft hängt das Nyquist-Rauschen ab?
5. Welchen Einfluss hat der Betreiber der Messeinrichtung auf das Nyquist-Rauschen?
6. Geben Sie die von Harry Nyquist aufgestellte Formel zur Berechnung des Effektivwerts der Rauschspannung an!
7. Wo liegt der arithmetische Mittelwert der Rauschspannung?
8. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Betrag des Momentanwerts der Rauschspannung größer als der Effektivwert ist?

9. Wie groß ist der Effektivwert der Rauschspannung (Nyquist-Rauschen) eines Sensors (Wheatstone-Brücke, Diagonalwiderstand $10\text{ k}\Omega$) bei einer Temperatur von 20°C , wenn das Ausgangssignal mit einer Bandbreite von 10 kHz verarbeitet wird? Wovon hängt die effektive Auflösung ab, mit der das Signal ausgewertet werden kann?

2

Aufnehmerbau

Der Schwerpunkt liegt auf DMS-Aufnehmern und den Besonderheiten der Wheatstone-Brücke.

■ 2.1 Einführung

Es gibt nur wenige Messprinzipien auf deren Basis die Entwicklung und Fertigung von Aufnehmern mit relativ einfachen Mitteln möglich sind. Das DMS-Prinzip gehört dazu. Vereinfacht ausgedrückt, ist es hinreichend, einen Federkörper zu entwerfen, diesen zu fertigen und die DMS zu installieren. Nach deren Verdrahtung zur Brückenschaltung, dem Anschluss eines Messkabels und nachfolgender Kalibrierung ist der Aufnehmer einsatzbereit.

Die folgenden Fragen und Aufgaben betreffen einige ausgewählte Probleme dieses Anwendungsfeldes.

■ 2.2 Fragen und Aufgaben

1. Im Aufnehmerbau wird auch die Halbbrücke verwendet. Unter welchen Voraussetzungen hat die Wheatstonesche Halbbrücke eine lineare Kennlinie? Begründen Sie Ihre Aussage mathematisch!
2. Was hat ein kapazitiver Beschleunigungssensor mit einem Differentialkondensator zu tun?
3. Oft wird fälschlich angenommen, dass die Befestigung eines DMS mit Klebstoff nur Probleme mit sich bringt. Worin liegt ein Vorteil aufgeklebter DMS gegenüber in Dünnfilmtechnik aufgebrachter DMS?
4. Nennen Sie die vier Kenngrößen von DMS-Aufnehmern, denen elektrische Abgleich- bzw. Kompensationsverfahren mit passiven Bauelementen gelten!

5. Sie haben die vier DMS eines Drehmomentaufnehmers in einer Wheatstone-Brücke verschaltet. In drei Brückenzweigen hat der benutzte Kupferlackdraht (CUL) eine Länge von 20 mm. Im vierten Brückenzweig benutzen Sie einen 60 mm langen CUL (Querschnitt $0,04 \text{ mm}^2$; $\rho_{\text{Cu}} = 0,018 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$; $\alpha_{\text{Cu}} = 0,004/\text{K}$). Berechnen Sie die von der Unsymmetrie erzeugte Nullpunktverschiebung und geben Sie diese in N·m an! Bei einem Nenndrehmoment von 500 N·m beträgt die Brückenverstimmung 2 mV/V. Bekannt sind:

$$R_{\text{DMS}} = 350 \Omega$$

$$U_{\text{Speise}} = 5 \text{ V}$$

6. Der Drehmomentaufnehmer aus der vorangegangenen Aufgabe wird in Betrieb genommen. Vor der Messung wird der übliche Nullabgleich bei einer Umgebungstemperatur von 10°C durchgeführt. Jetzt wird die Kraftmaschine hochgefahren und die Leistung via Drehmomentaufnehmer auf die Arbeitsmaschine übertragen. Nach vier Stunden Dauerbetrieb haben die Maschinen den Aufnehmer auf 50°C erwärmt. Welchen Einfluss hat der Temperaturanstieg auf das Messergebnis?
7. Platzieren Sie vier Linear-DMS auf der dem Medium abgewandten Seite der ebenen Membran eines Drucksensors! Zeichnen Sie die Biegelinie der druckbeaufschlagten Membran! Zeichnen Sie die Wheatstone-Brücke, in der diese DMS verschaltet werden! Nummerieren Sie die DMS in beiden Zeichnungen!
8. Ein Vierkantstab ist an einem Ende waagerecht eingespannt. Am anderen Ende hängt ein Massestück. Zwei DMS (einer längs, einer quer) sind nebeneinander auf dem Stab appliziert und in einer Wheatstone-Brücke verschaltet (Halbbrücke). Die Brückenverstimmung beträgt $0,5 \text{ mV/V}$. Welche Angaben benötigen Sie, um den Abstand des Lasteinleitungs punkts von der Mitte der DMS zu berechnen? Treffen Sie eine qualitative Aussage über die Linearität der statischen Kennlinie (Eingang: Masse; Ausgang: Spannungsverhältnis)?
9. Worin liegt der entscheidende Vorteil eines Doppelbiegebalkens gegenüber dem Einfachbiegebalken?
10. Nennen Sie alle konstruktiven Möglichkeiten, die geeignet sind, den Messbereich der abgebildeten Wägezelle zu verdoppeln!

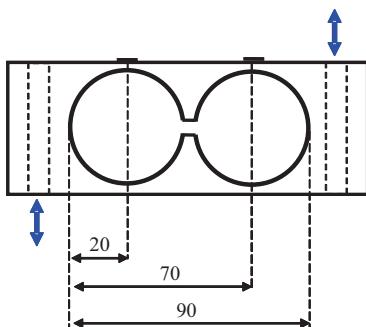


Bild 2.1
Wägezelle in Doppelbiegebalken-Ausführung

Weitere Maße:

Stegdicke = 2 mm

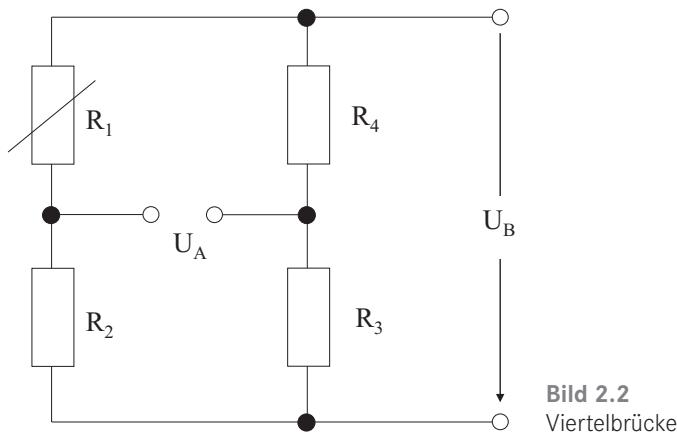
Breite = 30 mm

Höhe = 44 mm

Horizontaler Abstand der DMS-Pärchen (bzw. Bohrungsmittelpunkte) voneinander = 50 mm

Horizontaler Abstand der Lasteinleitungspunkte untereinander = 110 mm

11. Leiten Sie eine Gleichung her, die den exakten Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Brückenverstimmung der abgebildeten Viertelbrücke beschreibt!



12. Praktiker benutzen folgende Näherungsgleichung, um die Abhängigkeit der Brückenverstimmung von der Widerstandsänderung in einer Vollbrücke zu beschreiben.

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R} \right)$$

Leiten Sie diese her!

13. Berechnen Sie den relativen Fehler des Spannungsverhältnisses U_A/U_B , für den Fall, dass die Näherungsgleichung für die Viertelbrücke angewendet wird! Nehmen Sie dafür drei verschiedene Widerstandsänderungen an: $\Delta R/R = 0,1\%, 1\%$ und 10% . Wie beurteilen Sie die Bedeutung des Fehlers für die messtechnische Praxis?
14. Leiten Sie eine Gleichung her, die den Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Brückenverstimmung für eine Halbbrücke beschreibt! Unter welcher Voraussetzung ist die statische Kennlinie linear?
15. Was ist eine 2/4-Brücke? Welchen Vorteil hat diese gegenüber einer Viertelbrücke und welchen Nachteil weist diese gegenüber einer Halbbrücke auf?
16. Weisen Sie nach, dass die Halbbrücke die Eigenschaft hat, die statische Kennlinie eines differentiellen Sensors zu linearisieren, wenn dessen Kennlinie einer gebrochenen Funktion ($R \sim 1/x$) entspricht! Nennen Sie mindestens ein Anwendungsbeispiel!

17. Berechnen Sie die optimale Kantenlänge eines Federkörpers (E-Modul 210 000 N/mm², Querdehnzahl 0,3, Streckgrenze 840 N/mm²) mit quadratischer Grundfläche (Zug- bzw. Druckstab) für den Fall, dass die mechanische Spannung bei Nennkraft (1 MN) nur 25 % der Streckgrenze betragen soll! Wie groß ist das Ausgangssignal bei Nennkraft?
18. Für die vorangegangene Aufgabe wurde das Ausgangssignal mit der Näherungsgleichung berechnet. Benutzen Sie jetzt zum Vergleich die exakte Formel! Wie groß ist die Linearitätsabweichung?
19. Im DMS-Aufnehmerbau kommt fast immer die Vollbrücke zur Anwendung. Dennoch treten bei einigen Federkörpern (wenn auch kleine) Nichtlinearitäten auf. Welche passive Maßnahme ist geeignet, die Linearitätsabweichung weiter zu reduzieren?
20. Ihre Aufgabe besteht darin, einen quaderförmigen Kraftaufnehmer als Doppelbiegebalken mit den Abmessungen Länge 80 mm, Breite 20 mm, Höhe 22 mm aus Aluminium zu entwerfen. Siehe Abbildung.

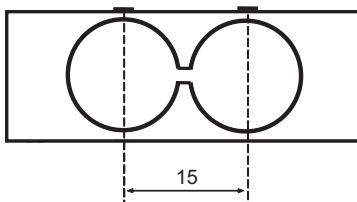


Bild 2.3
Doppelbiegefeder

Bei 500 N soll die Brückenverstimmung 2 mV/V betragen. Berechnen Sie, welchen Durchmesser die kreisförmigen Ausfrässungen haben müssen, wenn deren Mittelpunkte in einem Abstand von 15 mm voneinander entfernt sind! Inwieweit beeinflusst die Maßhaltigkeit die spätere Messgenauigkeit?

21. Sie wollen einen Drehmomentsensor in Form einer Welle (Stahl) entwerfen. Dieser soll bei 1 kN·m ein Ausgangssignal von 2 mV/V erzeugen. Welchen Durchmesser muss die Welle haben, auf der Sie vier DMS installieren?
22. Was versteht man unter Materialermüdung? Welche Bedeutung hat das Phänomen in der Sensortechnik?
23. Was versteht man unter Kerbspannungen? Welche Bedeutung haben diese für die Sensortechnik?
24. Wie gelingt es, Drücke von mehr als 10 000 bar zu messen, wenn der Tubus (Federkörper ist Hohlzylinder mit außen applizierten DMS) des Druckaufnehmers aus einem Material besteht, dessen Fließgrenze unter 1000 N/mm² liegt?
25. Ihre Aufgabe besteht darin, einen DMS-Drucksensor (Kennwert 2 mV/V) zu entwerfen. Der Federkörper ist als Membran mit einem Durchmesser von 10 mm auszuführen. Auf der Rückseite der Membran soll eine passende Membranrosette (k-Faktor 2; TK des k-Faktors 110 ppm/K, Temperaturgang anpassung an Stahl mit 10,8 ppm/K) mit vier Messgittern installiert werden. Berechnen Sie die Membrandicke (nichtrostender Stahl, E-Modul 210 000 N/mm², TK des E-Moduls -190 ppm/K, TK-Wärmedeh-

- nung 10,8 ppm/K) für einen Nennmessbereich von 200 bar! Wie groß werden etwa die Temperaturkoeffizienten des unkompenzierten Drucksensors sein?
26. Mangelhafte Isolationswiderstände (infolge von Feuchtigkeit) können eine Drift des Messsignals verursachen. Zwischen einer Speise- und einer Messleitung eines DMS-Aufnehmers reduziert sich der Isolationswiderstand von $20 \text{ G}\Omega$ auf $200 \text{ k}\Omega$. Schätzen Sie die dadurch hervorgerufene Messabweichung ab!
27. Sie fertigen einen Aufnehmer auf DMS-Basis (Kennwert 2 mV/V). Bei der Verschaltung der vier DMS (350Ω) achten Sie nicht auf Symmetrie. Der Kupferlackdraht ($0,04 \text{ mm}^2$) in einem der Brückenzweige ist 50 mm länger als die Drähtchen in den anderen Zweigen. Welche relative Offsetverschiebung und welcher TKN ergeben sich aus der Unsymmetrie?

3

Probleme der Messdynamik

Die Auswirkungen dynamischer Eigenschaften wurden in vorangegangen Kapiteln bereits in einfacher Form behandelt. Nun werden komplexere Fragen und Aufgaben gestellt.

■ 3.1 Einführung

Immer dann, wenn Nutzsignalfrequenzen in der Nähe von Grenzfrequenzen einzelner oder auch mehrerer Glieder der Messeinrichtung liegen, ist mit dynamischen Messabweichungen zu rechnen. Diese Aussage trifft unabhängig davon zu, ob es sich um ein Hochpass-System, ein Tiefpass-System oder ein schwingungsfähiges System handelt. Letztere sind von besonderem Interesse.

Im Folgenden werden Aufgaben im Zusammenhang mit dynamischen Problemen gestellt, von denen einige auch auf die Verbesserung dynamischer Eigenschaften abzielen.

■ 3.2 Fragen und Aufgaben

1. Erläutern Sie, welchen Vorteil eine große Eigenfrequenz des Sensors hat sowohl für die Signalauswertung im Zeitbereich als auch für die Auswertung im Frequenzbereich!
2. Ein Sensor mit Spannungsausgang zeigt Tiefpassverhalten 1. Ordnung. Wie kann mit passiven Bauteilen dessen Grenzfrequenz erhöht und dessen Einschwingzeit vermindert werden?
3. Wie sind die Bauelemente der in Bild 3.1 dargestellten Schaltung zu dimensionieren, wenn die 95%-Einschwingzeit 18 s beträgt und eine Verbesserung um den Faktor 10 erreicht werden soll? Welche Wirkung hat das Korrekturglied auf die Empfindlichkeit?
4. Als ein aktives Netzwerk zur Korrektur dynamischer Messabweichungen eignet sich die dargestellte OPV-Schaltung.

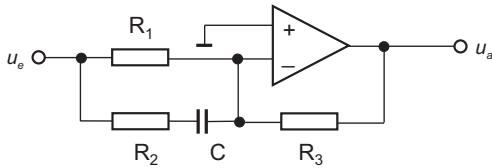


Bild 3.1
Aktives Korrekturnetzwerk

Leiten Sie die Übertragungsfunktion her und die Formeln für die Dimensionierung der Bauelemente!

5. Von einem Sensor wurde der Dämpfungsgrad experimentell mit 0,03 ermittelt. Dessen Eigenfrequenz von 4000 Hz wurde aus Steifigkeit und schwingender Masse berechnet. Berechnen Sie die Eigenfrequenz, die man aus der Sprungantwort des Sensors (des realen Systems) entnehmen würde! Berechnen Sie die Resonanzfrequenz!
6. Bekannt ist über einen piezoelektrischen Kraftsensor: Genauigkeitsklasse 1, Messweg von 0,04 mm bei einer Kraft von 15 kN, schwingende Masse 20 kg, Dämpfungsgrad 0,05. Berechnen Sie die Eigenfrequenz des gedämpften Systems, die Resonanzfrequenz und die 95 %-Einschwingzeit!

Wie groß kann die Messabweichung im Resonanzfall werden? Was ist neben der Messabweichung unbedingt zu beachten, falls Resonanz auftritt? Welche Messabweichung ist bei Frequenzen von 200 Hz zu erwarten?

7. Ein Berührungsthermometer (Wärmekapazität 8 J/K) hat unter bestimmten Einsatzbedingungen einen Wärmeleitwiderstand von 2 K/W. Wie lange dauert es, bis nach einer sprunghaften Temperaturänderung von 20 °C auf 30 °C die dynamische Abweichung kleiner 1 K ist?
8. Ein Transportsystem (max. Geschwindigkeit 0,5 m/s) in einer Fabrikhalle (Temperatur 20 °C) verfügt über Ultraschallabstandssensoren. Diese senden im Zehntelsekundenakt Impulse mit einer Frequenz von 80 kHz aus. Welche zeitliche Auflösung ist für die Laufzeitmessung erforderlich, um eine Abstandsänderung von zehn Zentimetern zu erkennen?
9. Welche dynamischen Eigenschaften kann man aus der Übergangsfunktion und auch aus der Gewichtsfunktion eines Sensors entnehmen, wenn dieser die Eigenschaften eines schwingungsfähigen Systems 2. Ordnung aufweist?
10. Ein passiver Drucksensor hat den dargestellten Amplitudengang. Die Resonanzfrequenz ist deutlich zu erkennen. Was für ein Übertragungsglied schalten Sie nach, um die Bandbreite zu vergrößern? Begründen Sie Ihre Antwort!

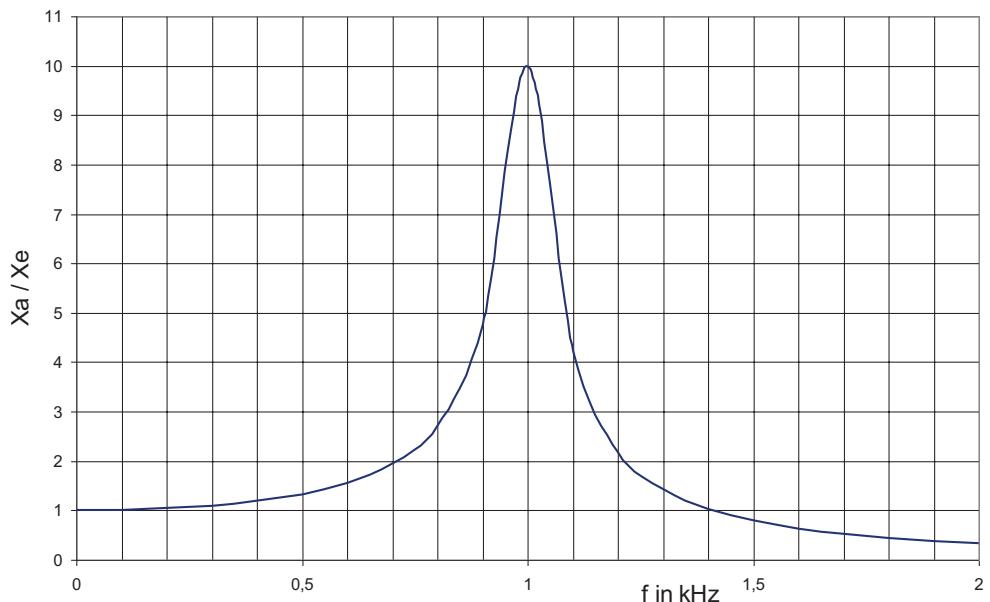


Bild 3.2 Amplitudengang eines Drucksensors mit Resonanzfrequenz

11. Ein Sensor mit Spannungsausgang hat einen Amplitudengang, der in Bild 3.3 doppelt logarithmisch dargestellt ist. Was für ein Übertragungsglied schalten Sie nach, um die Bandbreite zu vergrößern? Begründen Sie Ihre Antwort!

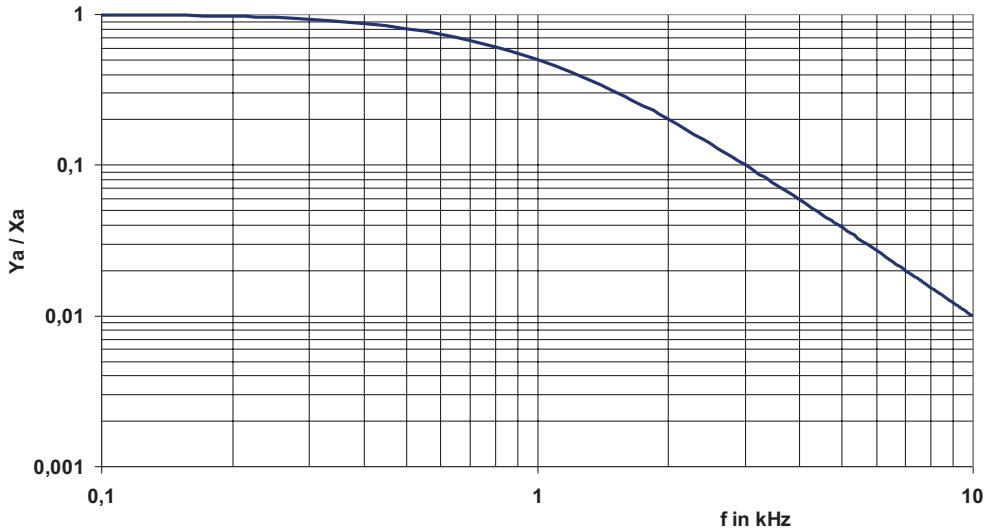


Bild 3.3 Amplitudengang (doppelt logarithmisch) eines Sensors

12. Ein Beschleunigungssensor hat die dargestellte Übergangsfunktion. Was für ein Übertragungsglied schalten Sie nach, um die Einschwingzeit zu verkürzen? Begründen Sie Ihre Antwort!

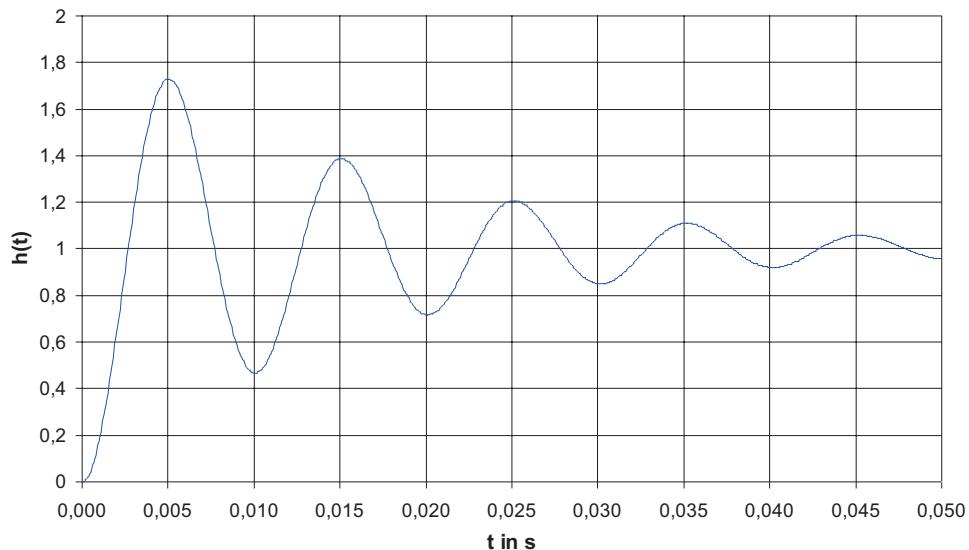


Bild 3.4 Übergangsfunktion eines Beschleunigungssensors

13. Ein Temperaturmessumformer hat die dargestellte Sprungantwort. Was für ein Übertragungsglied schalten Sie nach, um die Einschwingzeit zu verkürzen? Begründen Sie Ihre Antwort!

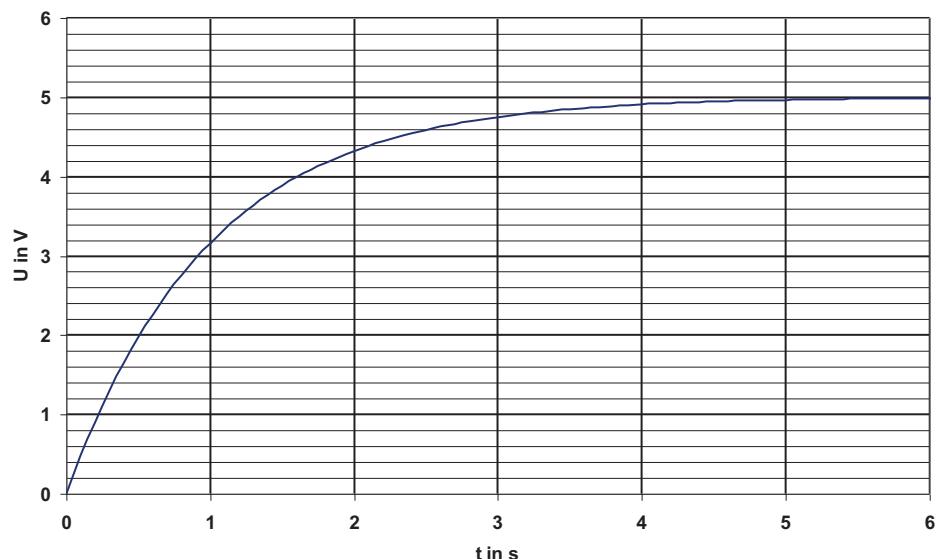


Bild 3.5 Sprungantwort eines Temperaturmessumformers

14. Viele Sensoren für bestimmte Messgrößen sind schwingungsfähige Systeme 2. Ordnung. Nennen Sie sieben solcher Messgrößen!
15. Am 600 g schweren Läufer eines Linearmotors ist ein Kraftsensor (Nennmessbereich 2 kN, Nennmessweg 0,2 mm, Grundeigenfrequenz laut Datenblatt 16 kHz) montiert. An diesem befindet sich krafteinleitungsseitig ein Adapter ($m = 300$ g). Die Messgröße Kraft wirkt somit auf den Adapter, wird von diesem auf den Sensor übertragen und vom Sensor auf den Läufer, der sich infolge der elektromagnetischen Kraft am Stator abstützt. Wo etwa liegt die 3-dB-Grenzfrequenz?
16. Ein Drehmomentsensor (Nennmessbereich 5 kN·m, Verdrehwinkel bei Nennmoment 0,03 Grad) im Antriebsstrang befindet sich zwischen Elektromotor und Verdichter. Deren Läufer bzw. Rotoren haben ein Massenträgheitsmoment von 2 und 3 kg·m². Bei welchen Frequenzen bzw. Drehzahlen sind Resonanzen zu erwarten?
17. Das Drehmoment eines Elektromotors (Nenndrehzahl 2700/min, Nennleistung 60 kW, Flanschbauweise, Trägheitsmoment Rotor 4 kg·m², Trägheitsmoment Stator 5 kg·m²) wird mit einem Drehmomentaufnehmer (Messbereich 2 kN·m, Drehsteifigkeit 3000 kN·m/rad) indirekt als Reaktionsmoment gemessen. Der Sensor nimmt das Drehmoment auf, das zwischen Statorflansch und Befestigungsflansch wirkt. Letzterer ist sehr steif mit einem schweren Behälter verbunden, der wiederum im Fundament verankert ist. Das Reaktionsmoment entspricht im statischen Fall dem Drehmoment an der Motorwelle. *Actio* ist gleich *reactio*. Wo liegt die Resonanzfrequenz?
18. Welche Maßeinheit hat der Dämpfungsgrad?
19. Welchen Einfluss hat der Dämpfungsgrad auf die Eigenfrequenz bzw. auf die Resonanzfrequenz?
20. Mit Hilfe eines elektrodynamischen Schwingerregers wurde der Amplitudengang eines mechanischen Systems aufgenommen. Die Resonanzfrequenz wurde bei 620 Hz abgelesen und die Resonanzüberhöhung mit Faktor 10 festgestellt. Berechnen Sie die Frequenz, mit der das System nach Anregung mit einer Sprungfunktion oder einer Impulsfunktion schwingt!
21. Stellen Sie die Überschwingweite \ddot{u} als Funktion des Dämpfungsgrades D funktional dar!
22. Bei welchen Messaufgaben spielt die Überschwingweite eine sehr wichtige Rolle?
23. Der Dämpfungsgrad eines Beschleunigungssensors (System 2. Ordnung) beträgt 0,02 und dessen Eigenfrequenz beträgt 10 kHz. Die Beschleunigung springt von 0 auf 50 m/s², verbleibt eine Millisekunde bei diesem Wert und geht innerhalb der nächsten Millisekunde auf den Wert 0 zurück. Berechnen Sie die dynamische Messabweichung in %, die bei einer Spitzenwertmessung auftritt!
24. Sie geben auf eine Wägezelle (MB = 100 kg) ein Sprungsignal, um die Eigenfrequenz und den Dämpfungsgrad zu ermitteln. Aus naheliegenden praktischen Gründen, legen Sie ein Gewicht (5 kg) mit kugelförmiger Aufstandsfläche auf und reißen das Massestück blitzartig nach oben. Der Extremwertspeicher zeigt einen Wert von -4,85 kg an. Wie groß ist der Dämpfungsgrad?
25. Wie viele Schwingungen würde eine Wägezelle (Eigenfrequenz 1 kHz, $D = 0,01$) ausführen, bis deren Sprungantwort in einem Toleranzband von 5 % verschwindet? Wie groß ist die 95 %-Einschwingzeit?

26. Sie haben einen Druckaufnehmer ausgewählt, um schnelle Druckänderungen in einem Hydrauliksystem zu erfassen. Der Hersteller gibt an: Dämpfungsgrad 0,02, Eigenfrequenz der Membran 85 kHz, Messbereich 500 bar. Berechnen Sie die 95 %-Einschwingzeit! Wo liegt das Problem?
27. Was ist der optimale Wert für den Dämpfungsgrad, wenn eine kurze Einschwingzeit bei einem System 2. Ordnung erreicht werden soll?
28. Ein Beschleunigungsaufnehmer ist vom Hersteller auf einen Dämpfungsgrad von 0,6 abgestimmt. Wie groß ist der Maximalwert seiner Sprungantwort, für den Fall, dass man den Aufnehmer mit einem Sprung von 0 auf $9,81 \text{ m/s}^2$ beaufschlagt?
29. Wo etwa liegt der optimale Wert für den Dämpfungsgrad eines Sensors (System 2. Ordnung), wenn eine hohe Bandbreite gewünscht wird?
30. Nennen Sie je ein Beispiel (aus den Gebieten Temperatur-, Druck-, Drehmoment- und Beschleunigungsmessung) dafür, wie dynamische Messabweichungen durch mangelhafte Ankopplung des Sensors an den Prozess entstehen!
31. Der Amplitudengang einer Messkette spielt bei dynamischen Messungen eine entscheidende Rolle. Der Phasengang wird hingegen nur selten thematisiert. Ist das berechtigt? Bei welchen Messaufgaben spielt der Phasengang eine wichtige Rolle?
32. An einem Schwingungsdämpfer werden mit Hilfe einer servohydraulischen Prüfmaschine registrierende Kraft-Weg-Messungen durchgeführt. Der Schwingungsdämpfer wird dabei mit einer sinusförmigen Kraft beaufschlagt. Seltsamerweise legen die Kraft-Weg-Verläufe nahe, dass der Schwingungsdämpfer insbesondere bei hohen Prüffrequenzen Energie erzeugt. Natürlich ist das unmöglich. Aber was ist die Erklärung für dieses Phänomen?
33. Tragen Sie die Phasenverschiebung für Systeme 2. Ordnung (Eigenfrequenz 100 Hz) in einem Diagramm in Abhängigkeit vom Dämpfungsgrad auf! Die Signalfrequenzen betragen 10 Hz, 20 Hz und 50 Hz.
34. Ein Sensor hat eine Eigenfrequenz von 80 Hz und einen Dämpfungsgrad von 0,6. Berechnen Sie die Phasenlaufzeit für eine Signalfrequenz von 40 Hz!
35. Der stählerne Federkörper eines passiven Druckaufnehmers hat die Form einer Membran (Dicke 0,471 mm, Durchmesser 10 mm). Auf dieser ist eine Membranrosette appliziert. Die Verstimmung bei Nenndruck (50 bar) beträgt 2 mV/V. Wie groß sind mittlere und maximale Dehnung der Membran bei Nenndruck? Wie hoch ist die Grundeigenfrequenz der Membran?
36. Die Sprungantwort eines Sensors (Beschleunigung am Eingang springt zum Zeitpunkt 0 ms von 0 m/s^2 auf 10 m/s^2) ist bekannt (siehe Bild 3.6).

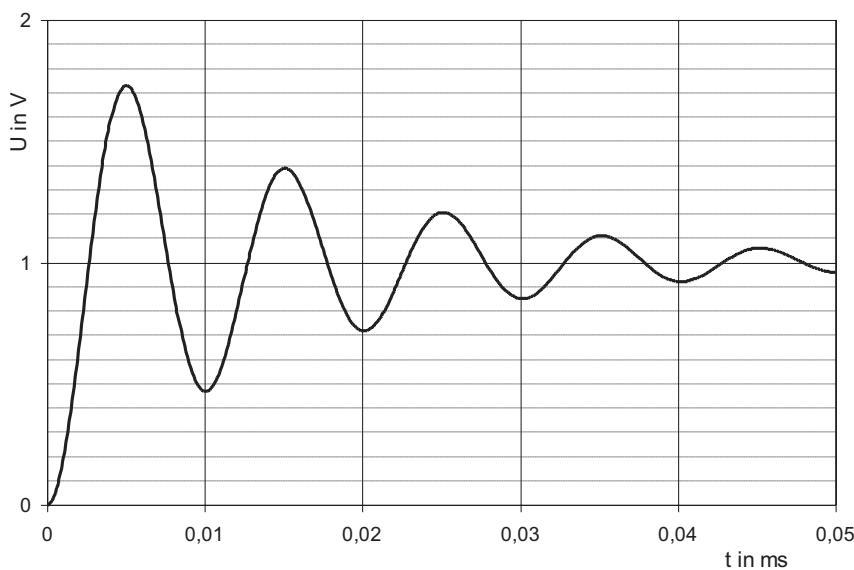


Bild 3.6 Sprungantwort eines Beschleunigungssensors

Bestimmen Sie aus der Sprungantwort die Kenngrößen: Empfindlichkeit, untere Grenzfrequenz, 3 dB Bandbreite, 95 %-Einschwingzeit, Dämpfungsgrad, Eigenfrequenz.

37. Berechnen Sie die 95 %-Einschwingzeit eines taktilen Temperatursensors (Messbereich -40 bis 140 °C, axialer Messkabelabgang $3,5$ mm, Gewicht 1 g, spezifische Wärmekapazität $0,3$ J/gK, Durchmesser 5 mm, Länge 30 mm, Wärmeübergangszahl ca. 100 W/Km 2 bei freier Konvektion in Luft)!

4

Verschiedenes

Fragen und Aufgaben, die nur unzulänglich zu den bisherigen Kapiteln passen, werden hier behandelt.

■ 4.1 Einführung

Thematisiert wird u.a. die ganz grundsätzliche Herangehensweise bei der Lösung eines Messproblems, Einflussgrößen, Linearitätsprobleme, Applikation von Beschleunigungs- aufnehmern und minimalinvasive Messverfahren.

■ 4.2 Fragen und Aufgaben

1. Nennen Sie wichtige Fragen, die abzuklären sind, bevor man an die Lösung einer Messaufgabe gehen kann!
2. Nennen Sie wichtige Fragen, die geklärt werden müssen, um die geforderte Genauigkeit zu erreichen und dennoch eine kostengünstige Lösung zu finden!
3. In einem Hydrauliksystem treten beim Betätigen von Magnetventilen Druckspitzen auf. Sie sollen diese mit einem Digitaloszilloskop aufzeichnen. Ein passiver Druckaufnehmer (Wheatstone-Brücke, Kennwert 2 mV/V) und ein Messverstärker mit 4/20 mA-Ausgang sind vorhanden.

Was müssen Sie tun, um das Stromsignal mit dem Oszilloskop zu erfassen?

Welche dynamischen Eigenschaften muss der Druckaufnehmer haben?

Welche dynamischen Eigenschaften muss der Messverstärker haben?

4. Sie möchten ein Messsystem als P-Regler verwenden. Über welche Möglichkeiten muss dieses verfügen?
5. Ein Messsystem verfügt über einen Grenzwertschalter. Was für ein Regler ist mit diesem realisierbar?

6. Bekanntlich ist die Frequenz des Ausgangssignals linearer Systeme identisch mit der des Eingangssignals. Wie verhält es sich bei Systemen, deren statische Kennlinie nicht exakt gerade ist? Welche Bedeutung hat das für die Messtechnik?
7. Der Schalldruckpegel L_p wird in dB angegeben. Worauf bezieht sich die Angabe? Wie wird der Pegel berechnet?
8. Welche Weg- und Winkelsensoren verfügen über Referenzmarken? Worin liegt deren Nutzen?
9. Ein Druckmesssystem reagiert auf einen Drucksprung am Eingang (von 0 auf 2 bar) mit dem im Diagramm dargestellten Ausgangssignal.

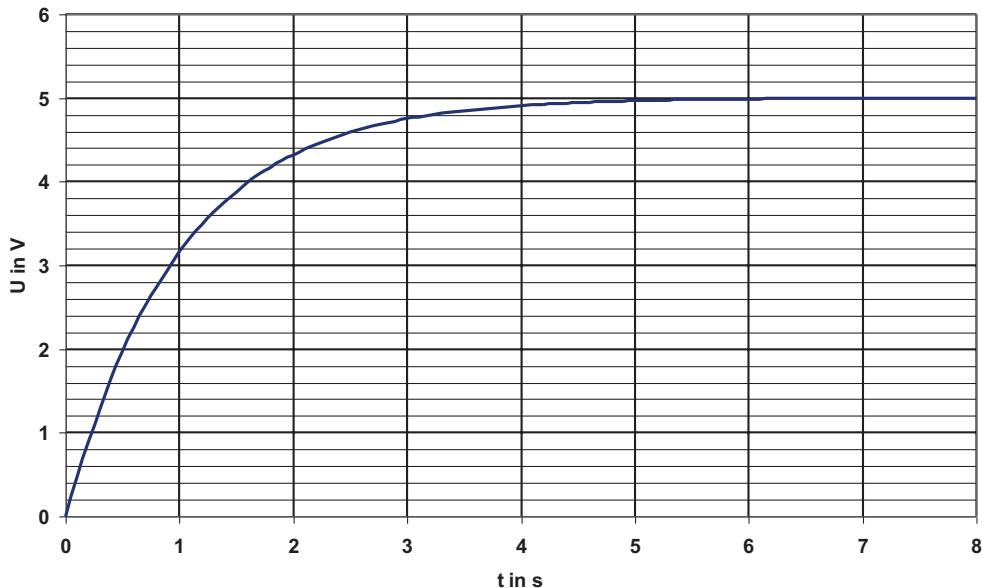


Bild 4.1 Sprungantwort eines Druckmesssystems

- Wie groß ist die Empfindlichkeit?
 Geben Sie eine Formel für die statische Kennlinie an!
 Wie groß sind die Zeitkonstanten?
 Wie groß ist die 95 %-Einschwingzeit? Wie groß ist die obere Grenzfrequenz?
 Wie groß ist die untere Grenzfrequenz?
10. Wofür steht die Abkürzung TEDS?
 11. Sie wollen einen Beschleunigungssensor als Neigungssensor (Neigungswinkel zum Erdradius) einsetzen. Welche Messspanne in Grad ist maximal möglich? Welche untere Grenzfrequenz und welchen Messbereich sollte der Sensor haben? Welche Probleme können bei diesem Messverfahren auftreten?
 12. Geben Sie eine Formel an, mit der aus dem Ausgangssignal eines Beschleunigungsaufnehmers der Neigungswinkel berechnet werden kann!

13. Sie möchten einen kapazitiven Beschleunigungsaufnehmer (MEMS-Technologie) einsetzen, um die Neigung eines Gebäudes zu überwachen. In welchem Winkel (Messrichtung zur Richtung der Fallbeschleunigung) fixieren Sie den Aufnehmer am Gebäude, um eine möglichst lineare Kennlinie zu erhalten?
14. Leiten Sie eine lineare Gleichung her, die die Abhängigkeit der Beschleunigung von der Neigung für einen waagerecht montierten Aufnehmer zumindest in Grenzen gut beschreibt! Geben Sie auch die lineare Funktion an, mit der aus der Beschleunigung der Winkel bezogen zur Horizontalen berechnet werden kann!
15. Welche relativen Messabweichungen treten bei der Verwendung der linearen Gleichung bei 90° , 95° und 100° (entspricht Neigungswinkel von 0° , 5° und 10°) auf?
16. Ein Wegsensor mit dem Messbereich $0 \dots 20$ mm hat die stark nichtlineare statische Kennlinie

$$R(s) = s \cdot 2 \Omega/\text{mm} - s^2 \cdot 0,01 \Omega/\text{mm}^2.$$

Leiten Sie eine Gleichung her, mit der ein Prozessor aus dem Ausgangssignal den Weg berechnen kann!

17. Warum kann mit den in Datenblättern angegebenen Einflussgrößenkoeffizienten die systematische Messabweichung meist nicht korrigiert werden?
18. Der Temperatureinfluss auf den Nullpunkt ist oft folgenreicher als der auf die Empfindlichkeit. Warum?
19. Bei welchen Messaufgaben spielt der TKN keine Rolle?
20. Berechnen Sie die Temperaturkoeffizienten (in % je 10 K) eines passiven Kraftsensors (Messbereich 200 N) aus den durch Zweipunkt-Kalibrierung im Temperaturprüfschrank bei zwei unterschiedlichen Temperaturen gewonnenen Messwerten:

	$T_0 = 20^\circ\text{C}$	$T_1 = 60^\circ\text{C}$
$x_0 = 0$ N	$y_0 = 0,00$ mV/V	$y_0 = -0,04$ mV/V
$x_N = 200$ N	$y_N = 2,00$ mV/V	$y_N = 2,12$ mV/V

21. Berechnen Sie die maximal mögliche Messabweichung in Newton bei einem Messwert von 10 kN, die trotz rechnerischer Temperaturgangkompensation möglich ist, wenn die Abweichung zwischen tatsächlicher Sensortemperatur und gemessener Sensortemperatur 3 K betragen kann!

Bekannt sind:

$$\text{TKN} = +0,2\% / 10 \text{ K}$$

$$\text{TKE} = +0,4\% / 10 \text{ K}$$

Messbereich 50 kN

Justagetemperatur 20°C

Arbeitstemperaturbereich 0 bis 60°C

22. Ihre Aufgabe besteht darin, die Linearitätsabweichung eines Sensors experimentell zu bestimmen. Was ist hinsichtlich der Bezugslinien zu beachten?
23. Welchen erheblichen Nachteil sehen Sie in der Kleinstwerteinstellung?

24. Sie bestimmen die Linearitätsabweichung eines Wegaufnehmers experimentell. Beschreiben Sie die Vorgehensweise!
25. Laut Datenblatt hat ein Druckaufnehmer eine Linearitätsabweichung von 0,5 % (best-passende Gerade durch den Anfangspunkt). Die Messwerte für Nullpunkt und Messbereichsendwert (10 bar) wurden durch Kalibrierung ermittelt. Geben Sie die mögliche Linearitätsabweichung in mbar an, die beim praktischen Messen auftreten kann!
26. Ein Wegtaster (Messbereich 100 mm, Tastspitze wird von einer integrierten Spiralfeder an das Messobjekt gepresst) erzeugt in Nullstellung eine Anpresskraft von 2 N und in Endposition (100 mm) eine Kraft von 8 N. Das Messobjekt wird von einem Exzenter angetrieben ($n = 3000/\text{min}$) und führt einen Gesamthub (Spitze-Spitze) von 8 mm aus. Hebt die 12 g schwere Tastspitze infolge Masseträgheit ab?
27. Eine Alternative zur Messung von Kräften mit Kraftaufnehmern oder zur Messung von Drehmomenten mit Drehmomentaufnehmern ist die Installation von DMS an einer Stelle des Messobjekts, an der Dehnungen auftreten, die sich proportional zur Messgröße verhalten. Diese Vorgehensweise wird auch als minimalinvasiv bezeichnet. Warum sollte eine solche Messstelle eingemessen werden? Warum ist diese Art der Messung in den meisten Fällen ungenauer als die Messung mit einem industriell hergestellten Aufnehmer?
28. In einer Maschine befindet sich ein stählernes I-Profil (Gurttiefe = Gesamthöhe = 50 mm, Stegdicke = 6 mm, Gurtdicke = 5 mm), auf das eine Kraft (Obergurt gedehnt, Untergurt gestaucht) wirkt, die gemessen werden soll. Aus diversen Gründen, können Sie weder einen Kraftaufnehmer montieren noch DMS auf den Profilgurten installieren. Es besteht nur die Möglichkeit, DMS auf dem Steg zu installieren, d.h. die Scherdehnung zu messen. Die auftretenden Scherkräfte betragen bis zu 2 kN. Berechnen Sie die Dehnung in $\mu\text{m}/\text{m}$ und die Brückenverstimmung in mV/V ! Diskutieren Sie das Ergebnis! Schlagen Sie eine Verbesserung vor!
29. Berechnen Sie ergänzend zur vorangegangenen Aufgabe die relative Messunsicherheit für den Fall, dass auf dem 6 mm dicken Steg
nur ein einziger DMS installiert ist (angepasst an $\text{TK} = 11 \cdot 10^{-6}/\text{K}$),
das Profil aus austenitischem Stahl ($\text{TK} \approx 16 \cdot 10^{-6}/\text{K}$) besteht,
Temperaturschwankungen von $\pm 10 \text{ K}$ auftreten!
30. Warum werden für das Echolot in der Seefahrt keine Mikrowellenimpulse verwendet?

Antworten, Lösungen, Erläuterungen

■ 1 Rauschen

1. Die Auflösung wird außerdem begrenzt von den Rauschspannungen, die im Aufnehmer und im Messverstärker auftreten und von den Störungen, die kapazitiv und induktiv in das Messkabel eingekoppelt werden.
2. Das Verhältnis aus Nutzsignal und Störsignal entspricht der Auflösung.

$$\frac{U_{\text{Nutzsignal}}}{U_{\text{Störsignal}}} = \frac{10 \text{ V}}{1 \text{ mV}} = 10000$$

Das Signal lässt sich mit 10 000 Schritten auflösen. Der ADU digitalisiert in das Rauschen hinein. Dessen Auflösung ist in diesem Fall nicht ausschlaggebend.

$$\Delta a = \frac{100 \text{ m/s}^2}{10000} = 0,01 \text{ m/s}^2$$

Mit dem Messsystem können Beschleunigungsänderungen von $0,01 \text{ m/s}^2$ wahrgenommen werden.

3. Das Nyquist-Rauschen hängt von der Temperatur ab. Je größer die Temperatur ist, desto größer ist auch der Rauschpegel, denn die Ursache liegt in der Geschwindigkeit mit der sich die Ladungsträger bewegen. Diese steigt mit der Temperatur. Deshalb wird dieses Phänomen auch mit dem Begriff thermisches Rauschen belegt.
4. Das Nyquist-Rauschen (*auch Johnson-Rauschen genannt, nach dem Entdecker*) wächst mit dem Wert des Widerstands.
5. Der Messingenieur stellt über die Grenzfrequenz die verfügbare Bandbreite ein, mit der das Messsignal und damit dessen Rauschen im Messgerät verarbeitet werden. Je größer die Bandbreite, desto größer das Rauschen.
6. Harry Nyquist stellte folgenden Zusammenhang her:

$$U_{R,\text{eff}} = \sqrt{4k \cdot T \cdot R \cdot B}$$

Auf der rechten Seite stehen die Boltzmann-Konstante, die absolute Temperatur, der Widerstand und die Bandbreite.

7. Der Mittelwert der Spannung beträgt 0 V.
8. Die Wahrscheinlichkeit beträgt 32 %. Der Momentanwert ist Gauß-verteilt. Die 1-Sigma-Grenze entspricht gerade dem Effektivwert.
9. Berechnungsgrundlage ist die Nyquist-Formel:

$$U_{R,\text{eff}} = \sqrt{4k \cdot T \cdot R \cdot B} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 293 \text{ K} \cdot 5 \text{ k}\Omega \cdot 10 \text{ kHz}} = 0,9 \mu\text{V}$$

Der Effektivwert der Rauschspannung beträgt ca. 1 μV . Angemerkt sei, dass Spitzenwerte auftreten, die größer sind als der Effektivwert. Die Auflösung hängt davon ab, welche Brückenspannungsänderung über dem Messbereich erzielt wird. Diese wiederum ist abhängig von der Brückenspeisespannung und dem Kennwert des Sensors.

■ 2 Aufnehmerbau

1. Die Wheatstonesche Halbbrücke hat dann eine lineare Kennlinie, wenn sich die beiden Widerstände in benachbarten Brückenzweigen um denselben Betrag, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen ändern.

Aus der Spannungsteilerregel erhält man:

$$U_A = U_1 - U_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_B - \frac{1}{2} U_B$$

Nach Umstellung und Ersetzen der Widerstände durch $R + \Delta R$ bekommt man:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{2} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{1}{2}$$

Deutlich wird, dass nur für den Fall, dass die Beträge der absoluten Widerstandsänderungen gleich sind und die Vorzeichen verschieden, der Nenner unabhängig von der Messgröße ist. Für diesen besonderen Fall gilt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + R_2} - \frac{1}{2}$$

Das Spannungsverhältnis ist unter diesen Umständen linear von der absoluten Widerstandsänderung abhängig.

Für den Fall R_1 gleich R_2 erhält man die meist verwendete Formel für die Halbbrücke:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R + \Delta R}{2R} - \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R}$$

Aus dieser geht nicht mehr hervor, dass Linearität eigentlich ein Sonderfall ist.

2. In riesigen Stückzahlen werden kapazitiv arbeitende Beschleunigungssensoren in MEMS-Technologie gefertigt. Die darin befindliche seismische Masse bildet die mittlere Platte eines Differentialkondensators. Je nach Beschleunigungsrichtung rückt die Mitteplatte entweder näher an die Platte des ersten Kondensators und entfernt sich von der des zweiten oder umgekehrt.
3. Der DMS wird in beiden Fällen auf einen Verformungskörper (Federkörper) aufgebracht. Im Federkörpermaterial treten elastische Materialnachwirkungen auf. (*Es sei denn, es handelt sich um einen Einkristall.*) Diese können zu einem großen Teil kompensiert werden, wenn der DMS aufgeklebt wird. Denn dieser kriecht aufgrund der rheologischen Eigenschaften des Klebstoffs und der mechanischen Spannung im Messgitter nach spontan eingetragener Dehnung wieder etwas in die Ausgangslage zurück.
4. Bei der industriellen Herstellung von DMS-Aufnehmern ist es üblich, den Nullpunkt (allgemein auf 0) und den Kennwert (auf den Nennkennwert) abzugleichen, sowie den Temperaturkoeffizienten des Nullpunkts und den Temperaturkoeffizienten des Kennwerts auf nahezu 0 zu kompensieren.
5. Zunächst wird die Widerstandsunsymmetrie berechnet:

$$R_{\Delta} = \frac{\rho \cdot \Delta l}{A} = \frac{0,018 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot (60 \text{ mm} - 20 \text{ mm})}{0,04 \text{ mm}^2} = 18 \text{ m}\Omega$$

Da nur ein einziger Brückenzweig diese Verstimmung aufweist, lautet die Rechnung:

$$\frac{U_{\text{Brücke}}}{U_{\text{Speise}}} = \frac{1}{4} \frac{R_{\Delta}}{R} = \frac{1}{4} \cdot \frac{18 \text{ m}\Omega}{350 \Omega} = 0,013 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

Nun bezieht man diese Brückenunsymmetrie auf den Nennkennwert und multipliziert den Quotienten mit dem Nenndrehmoment:

$$\Delta M_D = \frac{\frac{U_{\text{Brücke}}}{U_{\text{Speise}}}}{\frac{U_{\text{Brücke,Nenn}}}{U_{\text{Speise}}}} \cdot M_{D,\text{Nenn}} = \frac{0,013 \frac{\text{mV}}{\text{V}}}{2 \frac{\text{mV}}{\text{V}}} \cdot 500 \text{ N} \cdot \text{m} = 3,3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Die Nullpunktabweichung beträgt 3,3 N·m.

Ein entsprechender Nullabgleich in der Folgeelektronik beseitigt die Nullpunktverschiebung.

6. Die Temperaturänderung verursacht eine zusätzliche Brückenverstimmung:

$$\frac{\Delta U_{\text{Brücke}}(\Delta T)}{U_{\text{Speise}}} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R_{\text{Delta}}(\Delta T)}{R} = \frac{1}{4} \frac{R_{\text{Delta}} \cdot \alpha_{\text{Cu}} \cdot \Delta T}{R}$$

$$\frac{\Delta U_{\text{Brücke}}(\Delta T)}{U_{\text{Speise}}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{18 \text{ m}\Omega \cdot 0,004 \frac{1}{\text{K}} \cdot 40 \text{ K}}{350 \Omega} = 0,0021 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

Aus dieser folgt:

$$\Delta M_D(\Delta T) = \frac{\frac{\Delta U_{\text{Brücke}}(\Delta T)}{U_{\text{Speise}}}}{\frac{U_{\text{Brücke,Nenn}}}{U_{\text{Speise}}}} \cdot M_{D,\text{Nenn}} = \frac{0,0021 \frac{\text{mV}}{\text{V}}}{2 \frac{\text{mV}}{\text{V}}} \cdot 500 \text{ N} \cdot \text{m} = \underline{0,53 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

Auch wenn die Nullpunktverschiebung infolge der Erwärmung kaum mehr als 0,1 % bezogen auf den Messbereich beträgt, soll bei der Verdrahtung innerhalb der Brücke auf Symmetrie geachtet werden. Denn die Abweichung ist additiv. Ein kleiner Messwert von 10 N·m wäre bereits mit einem Nullpunktfehler von 5 % behaftet.

7. Im Bild 2.1 ist die ebene Membran eines Drucksensors mit vier radial aufgebrachten DMS im seitlichen Schnitt dargestellt sowie die Biegelinie dieser Membran.

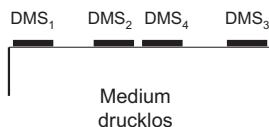


Bild 2.1

Ebene Membran mit DMS sowie deren Biegelinie unter Druck

Die nächste Abbildung zeigt die Anordnung der vier DMS innerhalb der Wheatstone-Brücke:

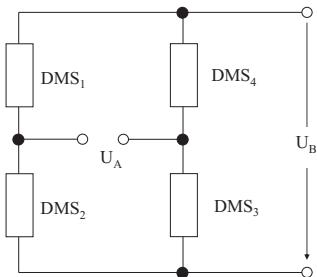


Bild 2.2
DMS des Drucksensors als Vollbrücke

8. Es werden folgende Angaben benötigt: E-Modul, Querdehnzahl, Höhe und Breite des Stabes, k-Faktor der DMS, Gewicht des Massestücks und für Präzisionsmessungen die Fallbeschleunigung vor Ort.

Weil sich die relativen Widerstandsänderungen der beiden DMS sehr stark voneinander unterscheiden, ist das Verhalten nicht ganz linear. *Hinzu kommt eine Verkürzung der effektiven Hebelarmlänge bei Biegung des Stabes. Diese ist jedoch minimal.*

9. Das Ausgangssignal des Doppelbiegebalkens ist nahezu unabhängig vom Lasteinleitungsplatz.
 10. Vergrößern der Stegdicke auf 2,82 mm. Vergrößern der Breite auf 60 mm. Vermindern des Abstands der Bohrungsmittelpunkte auf 25 mm.
 11. Bei Anwendung der Spannungsteilerregel erhält man:

$$U_A = U_1 - U_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_B - \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_B$$

Die Umstellung ergibt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Berücksichtigt man, dass R1 veränderlich ist, folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Sollte R2 veränderlich sein, folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Es wird deutlich, dass bei der Viertelbrücke in allen Fällen der Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Brückenverstimmung nichtlinear ist.

12. Die Spannungsteilerregel ergibt:

$$U_A = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_B - \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_B$$

Aus dieser folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 R_3 - R_4 R_2}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_4}$$

Nimmt man die Widerstandsänderung hinzu, erhält man:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{(R_1 + \Delta R_1)(R_3 + \Delta R_3) - (R_4 + \Delta R_4)(R_2 + \Delta R_2)}{(R_1 + \Delta R_1)(R_3 + \Delta R_3) + (R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3) + (R_1 + \Delta R_1)(R_4 + \Delta R_4) + (R_2 + \Delta R_2)(R_4 + \Delta R_4)}$$

Vernachlässigbar sind für kleine Widerstandsänderungen alle $\Delta R \cdot \Delta R$, denn das Produkt ist natürlich besonders klein. Außerdem kann angenommen werden, dass alle R gleich groß sind. Daraus folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\Delta R_1 - \Delta R_2 + \Delta R_3 - \Delta R_4}{R + \Delta R_1 + \Delta R_3 + R + \Delta R_2 + \Delta R_3 + R + \Delta R_1 + \Delta R_4 + R + \Delta R_2 + \Delta R_4}$$

Für $\Delta R \ll R$ gilt $R + 2 \Delta R \approx R$. Jetzt kann man vereinfachen und erhält die gesuchte Näherungsgleichung:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\Delta R_1 - \Delta R_2 + \Delta R_3 - \Delta R_4}{4R} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R} \right)$$

Diese gilt nur für kleine Widerstandsänderungen!

13. Es kann angenommen werden, dass im abgeglichenen Zustand alle Widerstände gleich groß sind.

Das fehlerhafte Ergebnis erhält man bei Verwendung der Näherungsformel:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R}{4R}$$

Exakt ist die Gleichung:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R + \Delta R}{2R + \Delta R} - \frac{1}{2} = \frac{2(R + \Delta R)}{2(2R + \Delta R)} - \frac{2R + \Delta R}{2(2R + \Delta R)} = \frac{2R + 2\Delta R - 2R - \Delta R}{2(2R + \Delta R)} = \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}$$

Die relative Abweichung berechnet sich zu:

$$\delta = \frac{\frac{\Delta R}{4R} - \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}}{\frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R}} = \frac{\Delta R}{4R} \cdot \frac{4R + 2\Delta R}{\Delta R} - 1 = \frac{4R + 2\Delta R}{4R} - 1 = \frac{\Delta R}{2R}$$

Die auftretende Abweichung beträgt genau die Hälfte der relativen Widerstandsänderung. Die Fehler betragen 0,05 %, 0,5 % und 5 %.

Es wird deutlich, dass man die Näherungsformel bei geringen Widerstandsänderungen, wie sie beispielsweise bei Metallfolie-DMS auftreten (1000 $\mu\text{m}/\text{m}$ entsprechen etwa 0,2 % Widerstandsänderung), sehr gut verwenden kann. Bei einem Widerstandsthermometer Pt100 würden hingegen sehr große Linearitätsabweichungen auftreten. *Natürlich hätte die Anwendung der Wheatstone-Brücke beim Pt100 auch keinen Sinn, weil dessen Widerstandsänderungen so kräftig sind, dass eine Brückenschaltung gar nicht erforderlich ist.*

14. Aus der Spannungsteilerregel folgt für die Halbbrücke:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Sind im abgeglichenen Zustand die vier Brückenwiderstände gleich groß, folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R + \Delta R_1}{2R + \Delta R_1 + \Delta R_2} - \frac{1}{2}$$

Die Kennlinie der Halbbrücke ist genau dann linear, wenn gilt:

$$\Delta R_1 = -\Delta R_2$$

Nur für diesen Fall ist die Empfindlichkeit ($E = \frac{1}{2}$) unabhängig von der Eingangsgröße. Es ergibt sich exakt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\Delta R}{2R}$$

Sind die Beträge der Widerstandsänderungen ungleich, entsteht eine Linearitätsabweichung.

Auch die Vollbrücke hat nur dann eine lineare Kennlinie, wenn die Widerstandsänderungen denselben Betrag haben. Ein Zugstab mit zwei längs und zwei quer applizierten DMS hat demzufolge eine nichtlineare Kennlinie. Wobei die Linearitätsabweichung klein ist.

15. In einer 2/4-Brücke ändern sich diagonal gegenüberliegende Widerstände gleichsinnig. Die beiden DMS in der abgebildeten Wheatstone-Brücke könnten beispielsweise nebeneinander auf einem Zugstab angeordnet sein.

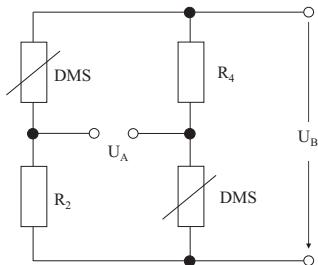


Bild 2.3
2/4-Brücke oder auch Diagonalbrücke

Der Vorteil gegenüber der Viertelbrücke liegt im größeren Übertragungsfaktor (Verdoppelung der Empfindlichkeit).

Nachteilig gegenüber der Halbbrücke sind die nichtlineare Kennlinie und die fehlende Einflussgrößenkompensation.

16. Die Widerstände R_3 und R_4 sind konstant, während R_1 und R_2 umgekehrt proportional von der Messgröße x abhängig sind:

$$R_3 = R_4 = R_0$$

$$R_1 = \frac{k_1}{x_0 - \Delta x}$$

$$R_2 = \frac{k_2}{x_0 + \Delta x}$$

Aus der Spannungsteilerregel folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_0}{2R_0} = \frac{R_2 \cdot 2R_0 - R_0(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)2R_0} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_0}{2R_0}$$

R_1 und R_2 werden ersetzt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{k_2}{x_0 + \Delta x} - \frac{k_1}{x_0 - \Delta x}}{\frac{k_1}{x_0 - \Delta x} + \frac{k_2}{x_0 + \Delta x}} \cdot \frac{1}{2}$$

Wenn gilt $k_1 = k_2$, erhält man:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{x_0 - \Delta x - (x_0 + \Delta x)}{(x_0 + \Delta x)(x_0 - \Delta x)}}{\frac{x_0 + \Delta x + x_0 - \Delta x}{(x_0 - \Delta x)(x_0 + \Delta x)}} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta x}{x_0}$$

Die Kennlinie für das Gesamtsystem, bestehend aus nichtlinearem不同ialsensor und Halbbrücke, ist offensichtlich linear.

Typische Anwendungen sind Differentialdrossel (Wegaufnehmer) und Differentialtransformator (Druckaufnehmer, Beschleunigungssensor).

17. Die Spannung bei Nennkraft ist leicht zu berechnen:

$$\sigma_{\text{Nenn}} = \sigma_{\text{Streckgrenze}} \cdot 0,25 = 840 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,25 = 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Außerdem gilt für die Spannung im Zugstab:

$$\sigma_{\text{Nenn}} = \frac{F_{\text{Nenn}}}{A} = \frac{F_{\text{Nenn}}}{a^2}$$

Mit Umstellung nach der Kantenlänge a bekommt man:

$$a = \sqrt{\frac{F_{\text{Nenn}}}{\sigma_{\text{Nenn}}}} = \sqrt{\frac{1 \text{ MN}}{210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 69 \text{ mm}$$

Der Vierkant-Stab muss eine Kantenlänge von 69 mm haben.

Die Dehnung bei Nennkraft beträgt:

$$\varepsilon_{\text{Nenn}} = \frac{\sigma_{\text{Nenn}}}{E} = \frac{210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1000 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$$

Die Querdehnung bei Nennkraft beträgt demzufolge $-300 \mu\text{m/m}$.

Mit

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$$

und ausgehend von einem k-Faktor von 2 erhält man:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} + \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R} \right) = \frac{1}{4} (0,002 + 0,0006 + 0,002 + 0,0006) = 1,3 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

Das Ausgangssignal bei einer Kraft von 1 MN beträgt 1,3 mV/V.

18. Die exakte Gleichung lautet:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4}$$

Wieder wird vorausgesetzt, dass alle R gleich groß sind. Daraus folgt:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1 + \frac{\Delta R_1}{R}}{2 + \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{R}} - \frac{1 + \frac{\Delta R_4}{R}}{2 + \frac{\Delta R_3 + \Delta R_4}{R}}$$

Die Längsdehnung von $1000 \mu\text{m}/\text{m}$ bei einem k-Faktor von 2 und einer Querdehnzahl von 0,3 erzeugt folgende Widerstandsänderungen:

$$\frac{\Delta R_1}{R} = \frac{\Delta R_3}{R} = 0,002$$

$$\frac{\Delta R_1}{R} = \frac{\Delta R_3}{R} = -0,0006$$

Setzt man die Werte ein, erhält man das tatsächliche Spannungsverhältnis:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1 + 0,002}{2 + 0,002 - 0,0006} - \frac{1 - 0,0006}{2 + 0,002 - 0,0006} = 1,299 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

Vergleicht man den Wert mit dem Näherungswert, ist die Differenz mit $0,001 \text{ mV/V}$ eher gering:

$$\delta = \frac{1,3 \frac{\text{mV}}{\text{V}} - 1,299 \frac{\text{mV}}{\text{V}}}{1,299 \frac{\text{mV}}{\text{V}}} = 0,077 \%$$

Man kann den Wert von $0,077 \%$ als Linearitätsabweichung bezeichnen. Jedoch ist kritisch anzumerken, dass es nicht üblich ist, die Bezugsgerade als Tangente in den Anfangspunkt zu legen.

Bei der Grenzwerteinstellung läuft die Bezugsgerade durch den Anfangspunkt (0 mV/V ; $0 \mu\text{m}/\text{m}$) und durch den Endpunkt ($1,299 \text{ mV/V}$; $1000 \mu\text{m}/\text{m}$). Die größte Differenz liegt etwa in der Mitte der Kennlinie, deshalb wird hier für $500 \mu\text{m}/\text{m}$ das Spannungsverhältnis berechnet:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1+0,001}{2+0,001-0,0003} - \frac{1-0,0003}{2+0,001-0,0003} = 0,649772 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

Das Ergebnis muss nun mit der Bezugsgrenzen verglichen werden. Bei $500 \mu\text{m}/\text{m}$ ergibt sich für die Bezugsgrenze (Grenzwerteinstellung) eine Brückenverstimmung von $0,6495 \text{ mV/V}$ ($= 1,299 \text{ mV/V} : 2$). Bildet man die Differenz und bezieht diese auf den gesamten Hub, erhält man:

$$\delta_{\text{Lin}} = \frac{0,649772 \frac{\text{mV}}{\text{V}} - 0,6495 \frac{\text{mV}}{\text{V}}}{1,299 \frac{\text{mV}}{\text{V}}} = 0,02 \%$$

0,02 % ist ein sehr guter Wert.

Verwendet man wie üblich die bestpassende Gerade durch den Anfangspunkt, ergibt sich ein noch kleinerer Wert für die Linearitätsabweichung.

19. Zusätzliche DMS werden auf dem Federkörper installiert und in Reihe zu den Speiseleitungen verschaltet. Messgrößenänderungen beeinflussen den Widerstand dieser Linearisierungs-DMS. Der Widerstand beeinflusst die effektiv an der Brückenschaltung anliegende Speisespannung.
20. Ausgangspunkt ist die Formel:

$$\varepsilon = \frac{6F}{b \cdot h^2} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{1}{E}$$

Die Dehnung bei Nennlast muss $1000 \mu\text{m}/\text{m}$ betragen, wenn der Kennwert 2 mV/V betragen soll. Berechnet werden muss zunächst die Stegdicke h :

$$h = \sqrt{\frac{6F}{b \cdot \varepsilon} \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{1}{E}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 500 \text{ N}}{20 \text{ mm} \cdot 1000 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}} \cdot \frac{15 \text{ mm}}{4} \cdot \frac{1}{70000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 2,83 \text{ mm}$$

Der Durchmesser ergibt sich aus der Gesamthöhe abzüglich der beiden Steghöhen:

$$d = H - 2h = 22 \text{ mm} - 2 \cdot 2,83 \text{ mm} = 16,34 \text{ mm}$$

Die Öffnungen müssen einen Durchmesser von $16,34 \text{ mm}$ haben.

Abweichungen vom Sollkennwert entstehen nicht nur infolge von Fertigungstoleranzen beim Fräsen. Die DMS nehmen aufgrund ihrer aktiven Messgitterlänge und wegen der Steggeometrie etwas kleinere Dehnungen wahr als berechnet. Der E-Modul des Materials ist nicht genau bekannt. Der k-Faktor der DMS weist eine Toleranz auf. Wegen all dieser Ungenauigkeiten ist es unerlässlich, den fertigen Aufnehmer zu kalibrieren. Ob der Steg ein Zehntel Millimeter dicker oder dünner ist, hat dann keinerlei Einfluss auf die Messgenauigkeit.

21. Ausgangspunkt ist die Formel für die Berechnung der Schubspannung aus Drehmoment und polarem Widerstandsmoment:

$$\tau = \frac{M_d}{W_p}$$

Im Winkel von 45° ist diese maximal und wird von den DMS als proportionale Dehnung erfasst:

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{\tau_{\max}}{2G}$$

Wobei der Gleitmodul G aus E-Modul und Querdehnzahl berechnet wird:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Ersetzt man Schubspannung, Gleitmodul und polares Widerstandsmoment, erhält man:

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{M_d(1+\nu)}{W_p \cdot E} = 16 \frac{M_d(1+\nu)}{\pi \cdot d^3 \cdot E}$$

Die Umstellung nach der gesuchten Größe ergibt:

$$d = \sqrt[3]{16 \frac{M_d(1+\nu)}{\pi \cdot \varepsilon_{45^\circ} \cdot E}} = \sqrt[3]{16 \frac{1 \text{ kN} \cdot \text{m} (1+0,3)}{\pi \cdot 1000 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}} \cdot 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 31,6 \text{ mm}$$

Die Welle muss einen Durchmesser von 31,6 mm haben.

Auch hier sind Fertigungsabweichungen unkritisch, da die Messwelle schlussendlich kalibriert wird.

22. Hohe Lastwechselzahlen bei großer Dehnungsamplitude (proportional zur Amplitude der mechanischen Spannung) führen im Messkörpermaterial nach und nach zu einer plastischen Verformung und damit zu einer bleibenden Dehnung.

Auch DMS ermüden, was ebenfalls zu einer langsamen Nullpunktverschiebung führt.

Wenn bei einer Messaufgabe abzusehen ist, dass es mehr als 10 Mio. Lastwechsel geben wird, ist es u.U. angezeigt, einen Sensor mit größerem Messbereich zu wählen. Die Wechseldehnungen haben dann eine kleinere Amplitude, so dass wesentlich mehr Lastwechsel möglich sind, bevor sich eine Nullpunktverschiebung störend bemerkbar macht.

23. Scharfe Absätze, insbesondere Kerben können durch örtliche Spannungskonzentration zu hohen Spannungsamplituden (Kerbspannungen) führen. Diese sind (natürlich nicht nur!) in der Sensortechnik unerwünscht, weil das Material an dieser Stelle zur Ermüdung neigt und die Gefahr der Rissbildung besteht.

24. Der Tubus muss eine entsprechend dicke Wandung haben, so dass nur Material bis zu einem gewissen Radius (kleiner als der Außenradius des Tubus!) über die Streckgrenze hinaus belastet wird. Der Schlüssel liegt in der Dickwandigkeit.

25. Ausgangspunkt ist die Formel für die Berechnung der mittleren Dehnung unter den Messgittern einer Membranrosette, deren Durchmesser natürlich zum Membran-durchmesser passen muss:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{0,41 \cdot r_0^2 (1 - \nu^2)}{t^2 \cdot E} p$$

Nach Umstellen und Einsetzen erhält man:

$$t = \sqrt{\frac{0,41 \cdot r_0^2 (1 - \nu^2)}{\bar{\varepsilon} \cdot E} p} = \sqrt{\frac{0,41 \cdot (5 \text{ mm})^2 (1 - 0,3^2)}{10^{-3} \cdot 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot 200 \text{ bar} \cdot \frac{0,1 \text{ MPa}}{\text{bar}}} = 0,943 \text{ mm}$$

Wird großer Wert auf eine kleine Kennwerttoleranz gelegt, führt man die Membran etwas dünner aus (z.B. 0,9 mm, wodurch größere Dehnungen erreicht werden) und setzt passende Widerstände in die Speiseleitungen (was die effektive Empfindlichkeit vermindert). So kann der Kennwert sehr genau auf den Sollwert abgeglichen werden.

Der TK des Nullpunkts wird sehr niedrig sein und lässt sich nicht beziffern, da zumindest theoretisch die Temperaturganganpassung der DMS optimal ist. (*In der Realität entstehen allein dadurch Abweichungen, weil die Temperaturkoeffizienten selbst ebenfalls temperaturabhängig sind.*) Außerdem handelt es sich um eine Vollbrücke, so dass auch deren Kompensationseinfluss wirksam ist. Bei industriell gefertigten Aufnehmern wird der verbleibende TKN experimentell ermittelt und durch das Einbringen von temperaturempfindlichen Widerständen (oft aus Nickel) in einen der Brückenzweige weiter reduziert. *So sind TKN von weniger 0,1 %/10 K erreichbar.*

Ungünstiger ist es beim TK des Kennwerts. Sowohl die Empfindlichkeit des DMS wächst mit der Temperatur (110 ppm/K) als auch die Empfindlichkeit des Federkörpers, denn die Dehnung ist umgekehrt proportional vom E-Modul abhängig. Für Stahl beträgt dessen TK -190 ppm/K. In Summe sind das 300 ppm/K. Die Umrechnung in die übliche Einheit ergibt 0,3 %/10 K. Der exakte Wert muss experimentell ermittelt werden. Mit Nickelwiderständen in den Speiseleitungen kann der Einfluss kompensiert werden. Auch diese Kompensation wird niemals perfekt sein. *Es sind TKK um 0,1 %/10 K erreichbar.*

26. Meist werden im Aufnehmerbau 350 Ω-DMS mit einem k-Faktor von 2 eingesetzt. 20 GΩ kann in der DMS-Technik als idealer Wert (unendlich) angenommen werden. Sinkt der Isolations- und damit der Nebenschlusswiderstand auf 200 kΩ, kommt das einer Verminderung des Widerstands im entsprechenden Brückenzweig gleich:

$$R_{\text{ges}} = R_{\text{DMS}} \parallel R_{\text{Iso}} = \frac{350 \cdot 200 \text{k}}{350 + 200 \text{k}} \Omega = 349,4 \Omega$$

Eine Verringerung um $0,6 \Omega$ auf $349,4 \Omega$ scheint zunächst nicht viel zu sein: 0,17 %. Aus der relativen Widerstandsänderung kann die Auswirkung auf die Brückenverstimmung berechnet werden:

$$\frac{\Delta U}{U} (R_{\text{iso}} = 200 \text{ k}\Omega) = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{4} \frac{0,6 \Omega}{350 \Omega} = \underline{0,43 \text{ mV/V}}$$

Der Federkörper ist meist so ausgelegt, dass dieser bei Nenneingangssignal eine Dehnung von $1000 \mu\text{m/m}$ aufweist, was einer Verstimmung von 2 mV/V entspricht.

$$\delta = \frac{\frac{\Delta U}{U} (R_{\text{iso}} = 200 \text{ k}\Omega)}{\frac{\Delta U}{U} (\text{Nennlast})} = \frac{0,43 \text{ mV/V}}{2 \text{ mV/V}} = 22\%$$

Sinkt der Isolationswiderstand auf $200 \text{ k}\Omega$, ändert sich das Messsignal um 22 % (bezogen auf den Messbereich), was einer kleinen Katastrophe gleichkommt.

Mangelhafte Isolationswiderstände machen sich in der DMS-Technik meist durch eine scheinbar unmotivierte Drift bemerkbar. DMS-Aufnehmer werden von den Herstellern deshalb gut gegen Feuchtigkeit geschützt. Viele sind in der Schutzart IP 67 ausgeführt. Kritisch sind oft undichte Steckverbindungen und alte Klemmkästen, die sich im Freien befinden. Bei Gleichspannungsspeisung bilden sich zusätzlich Elektrolyte, sobald Feuchtigkeit an die Klemmstellen gelangt. Die Trägerfrequenztechnik ist hier weniger empfindlich.

Besonders hohe Isolationswiderstände sind übrigens bei Glaselektroden (pH-Sensoren) und piezoelektrischen Sensoren mit Ladungsausgang erforderlich. U. a. aus diesem Grund werden zunehmend Glaselektroden mit integriertem Messverstärker produziert. Piezoelektrische Sensoren werden mit integriertem Ladungs-Spannungs-Wandler angeboten: IEPE-Aufnehmer (Integrated Electronics Piezo Electric), um die Kleinstsignalwege kurz zu halten.

27. Zunächst wird die Widerstands differenz berechnet:

$$R_{\text{CUL}} = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{0,018 \Omega \text{mm}^2 / \text{m} \cdot 0,05 \text{ m}}{0,04 \text{ mm}^2} = 22,5 \text{ m}\Omega$$

Die Unsymmetrie beträgt $22,5 \text{ m}\Omega$.

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta R_{\text{CUL}}}{R_{\text{DMS}}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{22,5 \text{ m}\Omega}{350 \Omega} = 0,016 \frac{\text{mV}}{\text{V}}$$

Die Brücke wird dadurch um $16 \mu\text{V/V}$ verstimmt.

$$\delta = \frac{\frac{\Delta U}{U} (\Delta R_{\text{CUL}} = 22,5 \text{ m}\Omega)}{\frac{\Delta U}{U} (\text{Nennsignal})} = \frac{0,016 \text{ mV/V}}{2 \text{ mV/V}} = 0,8\%$$

Das entspricht einem Offset von 0,8% bezogen auf den Messbereich. Dieser kann durch einen Nullpunktabgleich korrigiert werden.

Ändert sich jedoch die Temperatur, dann ist die Widerstandsänderung im Brückenzweig mit dem längeren Drähtchen größer als in den anderen. Trotz Vollbrücke ergibt sich ergo ein Temperatureinfluss. Deshalb ist der TKN von Interesse:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta R_\vartheta}{R_{\text{DMS}}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha_{\text{Cu}} \cdot \Delta \vartheta \cdot R_{\text{CUL}}}{R_{\text{DMS}}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{0,004/\text{K} \cdot 10\text{ K} \cdot 22,5\text{ m}\Omega}{350\Omega} = 0,64\text{ }\mu\text{V/V}$$

Bezogen auf das Nennsignal erhält man:

$$TKN = \frac{0,64\text{ }\mu\text{V}}{2\text{ mV}} \cdot \frac{1}{10\text{ K}} = 0,032\text{ } \% \frac{10\text{ K}}{\text{K}}$$

Der Temperaturkoeffizient des Nullpunkts ist mit 0,032% je 10 K noch moderat. Dennoch soll man im Aufnehmerbau darauf achten, die Brücke symmetrisch auszuführen.

■ 3 Probleme der Messdynamik

1. Für den Zeitbereich gilt: Je größer die Eigenfrequenz ist, desto schneller wird nach einer sprungförmigen Änderung der Eingangsgröße der stationäre Endwert am Ausgang erreicht. Die Einschwingzeit verhält sich umgekehrt proportional zur Eigenfrequenz.

Für den Frequenzbereich gilt: Je größer die Eigenfrequenz, desto höher ist auch die Chance, dass die Signalfrequenzen kleiner sind als die halbe Resonanzfrequenz, die bekanntlich nur unwesentlich kleiner ist als die Eigenfrequenz. Die Resonanzüberhöhung ist dann meist vertretbar.

2. Für die Verbesserung des dynamischen Verhaltens eignet sich die dargestellte Schaltung.

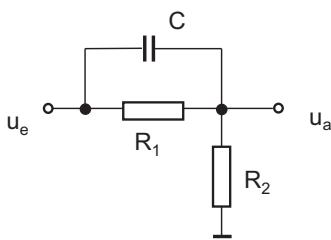


Bild 3.1
Passives Netzwerk zur Verbesserung der Messdynamik

Diese ist dem Sensor nachzuschalten und wird auch als Korrekturglied bezeichnet, weil dynamische Abweichungen (zumindest teilweise) korrigiert werden.

3. Mit Hilfe der Spannungsteilerregel kann die Übertragungsfunktion für das Korrekturglied aufgestellt werden:

$$F_k(j\omega) = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + j\omega CR_1}{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot j\omega CR_1}$$

Der Sensor ist ein System 1. Ordnung. Dessen dynamisches Verhalten wird deshalb wie folgt beschrieben:

$$F_s(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau_s}$$

Die Reihenschaltung ergibt die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems:

$$F_{\text{ges}}(j\omega) = F_s(j\omega) \cdot F_k(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau_s} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1 + j\omega CR_1}{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot j\omega CR_1}$$

Ziel ist es, die Zeitkonstante des Sensors wirkungslos zu machen. Um das dynamische Verhalten zu verbessern, muss deshalb gelten:

$$C \cdot R_1 = \tau_s$$

Das Produkt muss 6 s betragen, denn die 95%-Einschwingzeit beträgt 18 s.

Die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems reduziert sich dann auf:

$$F_{\text{ges}}(j\omega) = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot j\omega CR_1}$$

Aus dieser kann die Zeitkonstante des Gesamtsystems entnommen werden:

$$\tau_{\text{ges}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot CR_1$$

Soll diese um den Faktor 10 kleiner sein als die Zeitkonstante des Sensors, muss gelten:

$$\tau_{\text{ges}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \tau_s = \frac{1}{10} \cdot \tau_s$$

Woraus folgt:

$$R_2 = \frac{R_1}{9}$$

Ist R_2 um den Faktor 9 kleiner als R_1 , sinkt die Einschwingzeit um den Faktor 10 auf 1,8 s, während die Grenzfrequenz um den Faktor 10 steigt.

Allerdings vermindert sich die Empfindlichkeit ebenfalls um den Faktor 10.

Um den Verlust auszugleichen, werden aktive Korrekturnetzwerke benutzt.

4. Die Übertragungsfunktion entspricht dem negativen Quotienten aus Rückkopplungswiderstand und Widerstand am Eingang:

$$F_k(j\omega) = -\frac{R_3}{R_1 \parallel \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right)} = -\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1 + (R_1 + R_2)j\omega C}{1 + R_2 j\omega C}$$

Die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems lautet:

$$F_{\text{ges}}(j\omega) = F_S(j\omega) \cdot F_k(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau_S} \cdot \left(-\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1 + (R_1 + R_2)j\omega C}{1 + R_2 j\omega C} \right)$$

Um die Zeitkonstante des Sensors zu unterdrücken, muss für die Dimensionierung der Bauelemente gelten:

$$C \cdot (R_1 + R_2) = \tau_S$$

Die Zeitkonstante des Gesamtsystems lautet:

$$\tau_{\text{ges}} = C \cdot R_2$$

Diese ist mit R_2 einstellbar, wobei aber immer die folgende Bedingung einzuhalten ist:

$$R_1 = \frac{\tau_S}{C} - R_2$$

Die Empfindlichkeit ergibt sich aus:

$$E = -\frac{R_3}{R_1}$$

Diese ist mit R_3 einstellbar.

Stehen ADU und Prozessor zur Verfügung, kann ein entsprechendes Filter auch softwaretechnisch realisiert werden. Alternativ dazu gibt es die Möglichkeit der diskreten inversen Faltung (numerische Entfaltung). In beiden Fällen ist Grundvoraussetzung, dass die Digitalisierungsfehler gering sind. Das betrifft die Amplitude und auch die Zeit.

Unabhängig davon, ob die dynamische Korrektur analog oder digital erfolgt, ist es ganz wichtig, dass die Zeitkonstante des Sensors invariant ist. Verändert sich z.B. die Zeitkonstante eines Temperaturaufnehmers, weil sich Ablagerungen bilden oder bei unterschiedlichsten Strömungsgeschwindigkeiten gemessen wird, hat man an der Korrektur keine Freude.

5. Der Sensor hat einen Dämpfungsgrad größer 0. Dessen tatsächliche Eigenfrequenz f_D (der des gedämpften realen Systems) liegt deshalb unter der aus Steifigkeit und schwingender Masse berechneten.

$$f_D = f_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} = 4000 \text{ Hz} \cdot \sqrt{1 - 0,03^2} = 3998 \text{ Hz}$$

Die Differenz von 2 Hz (entspricht nur 0,05 %) ist marginal.

$$f_R = f_0 \cdot \sqrt{1 - 2D^2} = 4000 \text{ Hz} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot 0,03^2} = 3996 \text{ Hz}$$

Die Resonanzfrequenz ist mit 3996 Hz ebenfalls unwesentlich kleiner als die Eigenfrequenz.

Die 3-dB-Grenzfrequenz entspricht etwa der halben Resonanzfrequenz und liegt somit bei ca. 2 kHz.

In der messtechnischen Praxis können die Differenzen zwischen der Eigenfrequenz des idealen (ungedämpften) Systems, der Eigenfrequenz des realen (gedämpften) Systems und der Resonanzfrequenz fast immer vernachlässigt werden.

6. Die Eigenfrequenz ergibt sich mit:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{15 \text{ kN}}{0,04 \text{ mm}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{15000 \text{ kgms}^{-2}}{0,04 \cdot 10^{-3} \text{ m}}} = 689 \text{ Hz}$$

Das reale System hat einen Dämpfungsgrad größer 0. Die Eigenfrequenz dieses gedämpften Systems ergibt sich zu:

$$f_D = f_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} = 689 \text{ Hz} \cdot \sqrt{1 - 0,05^2} = 688 \text{ Hz}$$

Mit einer Frequenz von 688 Hz schwingt der Sensor nach Anregung mit einem Dirac-impuls oder einer Sprungfunktion.

Die Resonanzfrequenz ist noch ein wenig niedriger:

$$f_R = f_0 \cdot \sqrt{1 - 2D^2} = 689 \text{ Hz} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot 0,05^2} = 687 \text{ Hz}$$

Der Amplitudengang hat bei 687 Hz sein Maximum.

$$A_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{D^2 - D^4}} = \frac{1}{2\sqrt{0,05^2 - 0,05^4}} = 10$$

Die Empfindlichkeit steigt im Resonanzfall um den Faktor 10. Es wird eine Amplitude gemessen, die 900 % zu groß ist. Achtung! Diese Kräfte treten am Kraftsensor tatsächlich auf, so dass die Gefahr der Zerstörung besteht.

Der Amplitudengang von schwingungsfähigen T_2 -Systemen wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$A(f) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]^2 + 4D^2\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$$

Für die konkrete Anwendung bedeutet das:

$$A(f = 200 \text{ Hz}) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{200}{689}\right)^2\right]^2 + 4 \cdot 0,05^2\left(\frac{200}{689}\right)^2}} = 1,091$$

Treten sinusförmige Kraftverläufe von 200 Hz auf, ist mit dynamischen Messabweichungen von +9,1% zu rechnen. Die Abweichungen sind multiplikativ und systematisch.

7. Das Produkt aus Widerstand und Kapazität ist gleich der Zeitkonstante:

$$\tau = R_{\text{th}} \cdot C = 2 \frac{\text{K}}{\text{W}} \cdot 8 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 16 \text{ s}$$

Wenn 29 °C erreicht sind, dann fehlen noch 10% der Änderung bis zum Erreichen des stationären Endwertes. Deshalb gilt:

$$0,1 = e^{-t/\tau}$$

Umstellungen ergeben:

$$\ln 0,1 = -\frac{t}{\tau}$$

bzw.

$$t = -\tau \cdot \ln 0,1 = 37 \text{ s}$$

Es vergehen 37 s, bis die Abweichung nur noch ein Kelvin beträgt.

Achtung: Ändern sich Einsatzbedingungen (Strömungsgeschwindigkeit, Wärmekapazität oder Wärmeleitfähigkeit des Mediums), dann ändert sich auch die Einschwingzeit!

8. Ausgangspunkt ist die bekannte Formel:

$$V = \frac{s}{t}$$

Jedoch müssen die Ultraschallwellen die Strecke zweimal überbrücken:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \Delta s}{c} = \frac{2 \cdot 0,01 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 58 \mu\text{s}$$

Die Laufzeitmessung muss mit einer zeitlichen Auflösung von $58 \mu\text{s}$ erfolgen, damit eine Abstandsänderung von 10 cm erkannt werden kann.

9. Aus diesen Antwortfunktionen kann man die Eigenfrequenz und die Einschwingzeit bestimmen. Daraus wiederum lässt sich die Abklingkonstante, der Dämpfungsgrad und die Resonanzfrequenz berechnen.
10. Bei diesem Sensor handelt es sich um ein schwingungsfähiges System 2. Ordnung. Die Resonanzfrequenz liegt bei etwa 1 kHz und die 3-dB-Grenzfrequenz bei ungefähr 500 Hz (Amplitudenüberhöhung 1,41). Es ist ein Tiefpass mit einer 3-dB-Grenzfrequenz (möglichst rückwirkungsfrei) nachzuschalten. Infolge der Dämpfung auf den 0,707-fachen Wert erzielt man dann im Frequenzbereich von 0 bis 500 Hz einen nahezu konstanten Betrag der Übertragungsfunktion des Gesamtsystems (Sensor plus Tiefpass). Der Amplitudengang des Tiefpasses darf etwas steiler abfallen als der eines Tiefpasses 1. Ordnung. Im Idealfall ergibt das Nachschalten des Tiefpasses eine nahezu konstante Empfindlichkeit bis zur Resonanzfrequenz von 1 kHz.

Achtung! Wird der Drucksensor mit Frequenzen beaufschlagt, die in Resonanzfrequenznähe liegen, droht mechanische Überlastung. Die Druckamplitude sollte entsprechend gering sein.

11. Es liegt ein Übertragungssystem mit Tiefpassverhalten vor.

Für die Verbesserung des dynamischen Verhaltens eignet sich z.B. die dargestellte Hochpass-Schaltung:

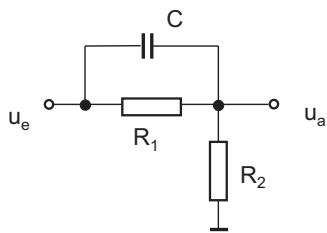


Bild 3.2
Hochpass-Schaltung

Das Korrekturglied ist dem Sensor nachzuschalten. Es lässt den Gleichanteil passieren. Der Übertragungsfaktor beträgt:

$$E = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Mit steigender Frequenz vergrößert sich der Übertragungsfaktor aufgrund des Kondensators bis auf den Wert 1. Das Produkt aus C und R_1 soll so groß sein wie der Kehrwert der mit 2π multiplizierten Grenzfrequenz des Sensors:

$$C \cdot R_1 = \tau = \frac{1}{\omega_{go}} = \frac{1}{2\pi \cdot f_{go}}$$

Das führt zu einer größeren Bandbreite des Gesamtsystems.

12. Es handelt es sich bei diesem Sensor um ein schwingungsfähiges System 2. Ordnung. Es ist ein Tiefpass nachzuschalten, der bei der Eigenfrequenz des Systems (ca. 100 Hz) eine kräftige Dämpfung aufweist (mindestens Faktor 5). Dessen Grenzfrequenz darf natürlich auch nicht zu niedrig sein, denn dann würde die Einschwingzeit nicht verkürzt, sondern verlängert. Optimal wäre ein Mittelwertfilter (gleitend) mit einer Integrationszeit von 10 ms.
13. Der Umformer hat Tiefpassverhalten 1. Ordnung. Für die Verbesserung des dynamischen Verhaltens eignet sich deshalb eine Hochpass-Schaltung (siehe Bild 3.2), die auch den Gleichanteil passieren lässt. Das Korrekturglied ist so auszulegen, dass das Produkt aus C und R_1 der Zeitkonstante des Sensors entspricht. Dann schwingt das Gesamtsystem eher ein. Jedoch wird der stationäre Endwert niedriger sein, weil der Übertragungsfaktor durch das Korrekturglied vermindert wird. Möchte man das vermeiden, kann eine aktive Schaltung verwendet werden.
14. Sensoren für die Messgrößen Gewicht, Kraft, Druck, Drehmoment, Beschleunigung, Schwinggeschwindigkeit, Schwingweg verhalten sich meist wie schwingungsfähige Systeme 2. Ordnung.
15. Der Sensor hängt sozusagen zwischen zwei Massen. Der Ansatz lautet deshalb:

$$\omega^2 = k \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

Hieraus folgt nach Umstellung:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{MB_{Nenn}}{s_{Nenn}} \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \text{ kN}}{0,2 \text{ mm}} \cdot \left(\frac{1}{0,6 \text{ kg}} + \frac{1}{0,3 \text{ kg}} \right)} = 1,13 \text{ kHz}$$

Die 3-dB-Grenzfrequenz liegt etwa bei der halben Eigenfrequenz:

$$f_{g,3\text{dB}} = \frac{f_0}{2} = \frac{1,13 \text{ kHz}}{2} \approx 0,56 \text{ kHz}$$

Denn es kann davon ausgegangen werden, dass der Dämpfungsgrad sehr klein ist. Treten Kräfte mit Frequenzen von mehr als 560 Hz auf, dann ist mit dynamischen Messabweichungen von mehr als +41% zu rechnen. Wenn das nicht toleriert werden kann, empfiehlt es sich, einen steiferen Sensor (größerer Messbereich) zu benutzen, wobei die statischen Messabweichungen dadurch natürlich größer werden.

16. Die Lösung erfolgt analog der vorangegangenen Aufgabe:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{MB_{\text{Nenn}}}{\alpha_{\text{Nenn}}} \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5 \text{ kN} \cdot \text{m}}{0,03^\circ \cdot 2\pi} \cdot \left(\frac{1}{2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} + \frac{1}{3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} \right)} = 449 \text{ Hz}$$

Die Resonanz liegt etwa bei 450 Hz. Das entspricht einer Drehzahl von:

$$n_0 = f_0 \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 449 \text{ Hz} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 26940 \frac{1}{\text{min}}$$

Solch hohe Drehzahlen treten nur in wenigen Anwendungen auf. Hier wird deutlich, wie vorteilhaft ein drehsteifer Sensor ist.

17. Ausgangspunkt ist die bekannte Formel:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c_T \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

Jedoch ist hier zu beachten, dass eines der Trägheitsmomente (das des Behälters) als unendlich angenommen werden kann und sich das andere Trägheitsmoment aus der Summe der Trägheitsmomente von Rotor und Stator des Motors zusammensetzt:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{c_T \cdot \left(\frac{1}{J_{\text{Rotor}} + J_{\text{Stator}}} + \frac{1}{\infty} \right)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{3000 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{rad}} \cdot \left(\frac{1}{4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} + \frac{1}{\infty} \right)} = 92 \text{ Hz}$$

Die Resonanzfrequenz liegt bei 92 Hz, was einer Drehzahl von ungefähr 5500/min entspricht.

Diese wird im Prozess nicht auftreten. Oft regen aber auch Oberwellen Schwingungen an. Zum Beispiel die zweite Oberwelle, die der dritten Harmonischen entspricht. Deshalb sind auch bei Drehzahlen um 1840/min Resonanzen zu erwarten.

18. Der Dämpfungsgrad ist dimensionslos.

Oft wird der Dämpfungsgrad leider nur als Dämpfung bezeichnet, was zu Verwechslungen führen kann mit dem Spannungsdämpfungsmaß oder dem Leistungsdämpfungsmaß (in dB), dem elektrischen Dämpfungskoeffizienten (in Ohm), dem mechanischen Dämpfungskoeffizienten (in Ns/m für Translationen oder Nm·s für Rotationen), der Dämpfungskonstante bzw. Abklingkonstante (in 1/s), dem dimensionslosen Dämpfungsdekkrement oder dem ebenfalls dimensionslosen Dämpfungsverhältnis.

19. Die Eigenfrequenz eines realen Systems ist immer etwas geringer als der Wert, der sich aus der Formel

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ergibt. Die Gleichungen für die reale Eigenfrequenz (die des gedämpften Systems)

$$f_D = f_0 \sqrt{1 - D^2}$$

und für die Resonanzfrequenz

$$f_R = f_0 \sqrt{1 - 2D^2}$$

zeigen, dass sowohl die Eigenfrequenz als auch die Resonanzfrequenz mit steigendem Dämpfungsgrad kleiner werden.

Jedoch ist dieser Umstand in der Praxis bei einem Dämpfungsgrad kleiner 0,1 vernachlässigbar.

20. Gesucht ist die Eigenfrequenz des realen (weil gedämpften) Systems.

Zunächst muss der Dämpfungsgrad berechnet werden. Bekannt ist, dass ein Zusammenhang zwischen Dämpfungsgrad und dem Maximalwert der Vergrößerungsfunktion

$$V(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4D^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

existiert.

Geht man nun davon aus, dass die Resonanzfrequenz nicht weit von der Eigenfrequenz entfernt liegt, kann man f gleich f_0 setzen, wodurch sich die Formel erheblich vereinfacht:

$$V(\omega = \omega_0) = \frac{1}{2D}$$

Nach Umstellung erhält man den Dämpfungsgrad:

$$D = \frac{1}{2V} = \frac{1}{2 \cdot 10} = 0,05$$

Aufgrund der oben begangenen Vernachlässigung soll durch Gegenrechnung der Fehler abgeschätzt werden. Für einen Dämpfungsgrad kleiner 0,707 gilt bekanntlich:

$$V_{\max} (\omega = \omega_R) = \frac{1}{2\sqrt{D^2 - D^4}}$$

Setzt man nun den nicht ganz exakten Wert von 0,05 ein, erhält man:

$$V_{\max} (\omega = \omega_R) = \frac{1}{2\sqrt{0,05^2 - 0,05^4}} = 10,013$$

Die Abweichung in der Resonanzüberhöhung beträgt etwa 0,1%. Da diese meist gar nicht so genau messbar ist, kann man die mit 0,05 berechnete Dämpfung als hinreichend genau bezeichnen.

Aus den Formeln der vorangegangenen Aufgabe ergibt sich:

$$f_D = f_R \cdot \frac{\sqrt{1-D^2}}{\sqrt{1-2D^2}} = 620 \text{ Hz} \cdot \frac{\sqrt{1-0,05^2}}{\sqrt{1-2 \cdot 0,05^2}} = 621 \text{ Hz}$$

Das System schwingt nach Anregung mit einer Frequenz von 621 Hz. Die Differenz zur Resonanzfrequenz ist marginal!

21. Aus der Übergangsfunktion ist die Berechnungsgleichung für die Überschwingweite $\ddot{u} = f(D)$ ableitbar:

$$\ddot{u}(D) = h_{\max}(t) - 1 = e^{\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}}$$

Das Diagramm zeigt die Überschwingweite als Funktion des Dämpfungsgrades.

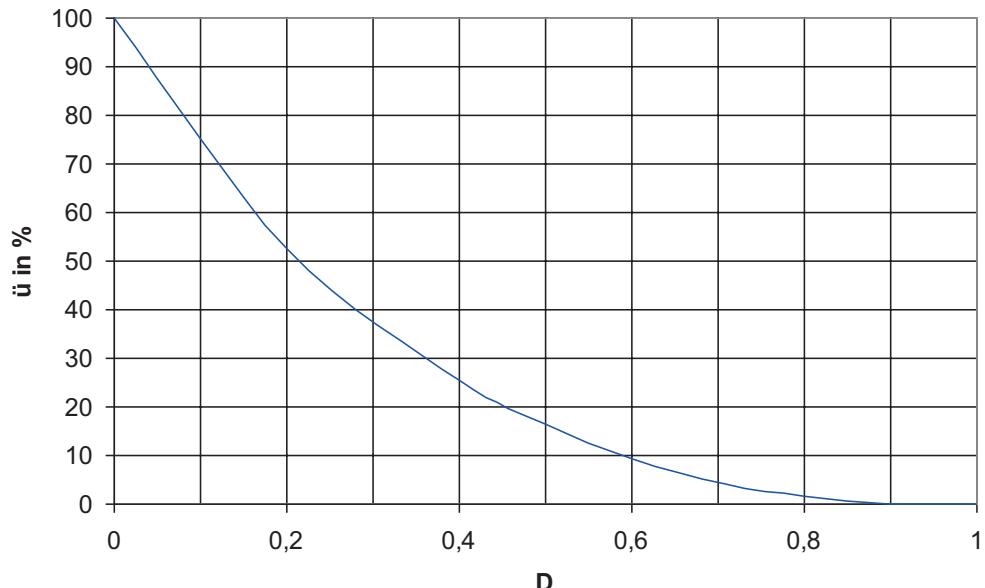


Bild 3.3 Überschwingweite in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads

22. Wenn Extremwerte schneller Signale gemessen werden, ist die Überschwingweite relevant.

Nicht nur Sensoren, die das Verhalten schwingungsfähiger Systeme aufweisen, reagieren mit einem Überschwingen auf sprungförmige Änderungen. Auch Tiefpassfilter höherer Ordnung (z.B. bei Butterworth-Charakteristik) reagieren so.

23. Die Überschwingweite \ddot{u} ist nur vom Dämpfungsgrad abhängig:

$$\ddot{u} = h_{\max}(t) - 1 = e^{\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}} = e^{\frac{-\pi \cdot 0,02}{\sqrt{1-0,02^2}}} = e^{\frac{-\pi \cdot 0,02}{\sqrt{1-0,02^2}}} = 0,94$$

Die Überschwingweite entspricht der Messabweichung bei dieser Spitzenwertmessung und beträgt 94 % des tatsächlichen Wertes.

$$\Delta a_{\max} = \ddot{u} \cdot a_{\max} = 0,94 \cdot 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Registriert würde ein viel zu hoher Maximalwert von 97 m/s².

Die Periodendauer, mit der sich der Sensor einschwingt, liegt kaum über 0,1 ms (entspricht etwa dem Kehrwert der Eigenfrequenz). Wäre diese wesentlich länger als die Zeit, mit der der Spitzenwert anliegt, wäre die Rechnung natürlich weit komplizierter.

Für Spitzenwertmessungen ist ein Sensor optimal, dessen Dämpfungsgrad gleich 1 ist. Ein Überschwingen würde nicht auftreten.

Andererseits gibt es in der Praxis keine echten Messwertsprünge im Sinne der Systemtheorie. Eine Beschleunigungsänderung von 0 auf 50 m/s² in einer Zeit von 0 ist nicht möglich. Zur Realisierung würde ein unendlich großer Kraftanstieg benötigt. Ähnlich verhält es sich mit anderen Messgrößen. Man denke nur an die elektrische Spannung, die thermodynamische Temperatur oder den Druck. Es wird immer eine Zeit größer 0 benötigt, um eine Änderung der Messgröße herbeizuführen. Je größer diese Zeit ist, desto geringer ist die bei praktischen Messungen auftretende Überschwingweite und damit die Messabweichung.

24. Zunächst wird die Überschwingweite berechnet:

$$\ddot{u} = h_{\max}(t) - 1 = \frac{-9,85 \text{ kg}}{-5 \text{ kg}} - 1 = 0,97$$

Nur von dieser ist der Dämpfungsgrad abhängig:

$$D = \frac{|\ln \ddot{u}|}{\sqrt{\pi^2 + (\ln \ddot{u})^2}} = \frac{|\ln 0,97|}{\sqrt{\pi^2 + (\ln 0,97)^2}} = 0,0097 \approx 0,01$$

Dieser liegt mit 0,01 im zu erwartenden Bereich.

Die oben benutzte Formel ist aus der Übergangsfunktion eines schwingungsfähigen Systems 2. Ordnung hergeleitet.

25. Auch diese Berechnungsformel lässt sich aus der Übergangsfunktion herleiten:

$$N = \frac{3\sqrt{1-D^2}}{2\pi D} = \frac{3\sqrt{1-0,01^2}}{2\pi \cdot 0,01} = 48$$

Nach 48 Perioden verschwindet die Sprungantwort letztmalig im 5%-Toleranzband.

Da für eine Schwingung eine Millisekunde benötigt wird, ist die 5%-Grenze nach 48 ms erreicht.

Achtung! Die Eigenfrequenz ist von der mitschwingenden Masse abhängig. Wenn das Gewicht des Wägeguts dem Messbereichsendwert entspricht, beträgt die Eigenfrequenz einiger Wägezellen nur noch 20 Hz. Bei einer Periodendauer von 50 ms ergibt sich dann eine 95%-Einschwingzeit von 2,4 s!

Auf dasselbe Ergebnis kommt man übrigens bei der Verwendung nachfolgender Formel:

$$T_{E;0,95} = -\frac{\ln(0,05 \cdot \sqrt{1-D^2})}{D \cdot 2\pi f_0} = -\frac{\ln(0,05 \cdot \sqrt{1-0,01^2})}{0,01 \cdot 2\pi \cdot 20 \text{ Hz}} = \underline{2,4 \text{ s}}$$

26. Scheinbar lässt sich die Einschwingzeit leicht berechnen:

$$T_{E;0,95} = -\frac{\ln(0,05 \cdot \sqrt{1-D^2})}{D \cdot 2\pi f_0} = -\frac{\ln(0,05 \cdot \sqrt{1-0,02^2})}{0,02 \cdot 2\pi \cdot 85 \text{ kHz}} = \underline{0,28 \text{ ms}}$$

Der Hersteller gibt die Eigenfrequenz (gleichgültig ob berechnet oder experimentell bestimmt) für den Fall an, dass die Membran frei schwingen kann, dass also nicht die Masse einer Flüssigkeit die Membranschwingungen beeinflusst. Die Masse einer Flüssigkeit vermindert natürlich die Eigenfrequenz einer Membran. Auf welchen Wert diese abgemindert wird und welche quantitativen Abhängigkeiten es hierbei gibt, ist derzeit unerforscht. Fest steht lediglich, dass die Verminderung der Eigenfrequenz um einen gewissen Faktor, die Vergrößerung der Einschwingzeit des Sensors um genau denselben Faktor zur Folge hat.

Ein weiteres Problem kann natürlich darin bestehen, dass der Verstärker eine Grenzfrequenz hat, die bestimmt für die Bandbreite der Messkette ist.

27. Die schnellste Annäherung an diesen erreicht man bekanntlich mit einem Dämpfungsgrad von 1.

Für praktische Belange ist diese Aussage kaum von Nutzen. Die Antwort ist natürlich davon abhängig, welchen Abstand man vom stationären Endwert zulässt bzw. wann das System als eingeschwungen gelten darf.

Aus der Gleichung

$$T_E(100-\varepsilon) = -\frac{\ln(\varepsilon \cdot \sqrt{1-D^2})}{D \cdot 2\pi f_0}$$

(ε ist der festgelegte Abstand vom Endwert, bei 5% ist 0,05 einzusetzen) ergibt sich:

die kürzeste 95%-Einschwingzeit bei $D = 0,69$ und

die kürzeste 90%-Einschwingzeit bei $D = 0,59$.

28. Der Maximalwert der Übergangsfunktion ist allein vom Dämpfungsgrad abhängig:

$$h_{\max}(t) = e^{\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}} + 1 = e^{\frac{-\pi \cdot 0,6}{\sqrt{1-0,6^2}}} + 1 = 1,095$$

Der Messwert ergibt sich aus dem Produkt von Maximalwert und Sprunghöhe mit $9,9 \text{ m/s}^2$. Der Messwert liegt um 9,5 % über dem wahren Wert.

Zu beachten ist, dass der Dämpfungsgrad abhängig von der Temperatur ist. Die Ursache liegt darin, dass meist ein Fluid benutzt wird, um die gewünschte Dämpfung zu erzielen. Die Viskosität des Fluids ist temperaturabhängig.

Bekannt ist, dass der Amplitudengang bei einem Dämpfungsgrad von 0,707 weitestgehend linear ist. In der messtechnischen Praxis ist eine Vergrößerung der Amplitude (in gewissen Grenzen) fast immer zulässig. Der Maximalwert kann aus dem Amplitudengang (Vergrößerungsfunktion) abgelesen werden oder vereinfacht mit

$$V_{\max}(\omega = \omega_R) = \frac{1}{2\sqrt{D^2 - D^4}}$$

berechnet werden.

Im Diagramm sind Vergrößerungsfunktionen für verschiedene Dämpfungsgrade dargestellt.

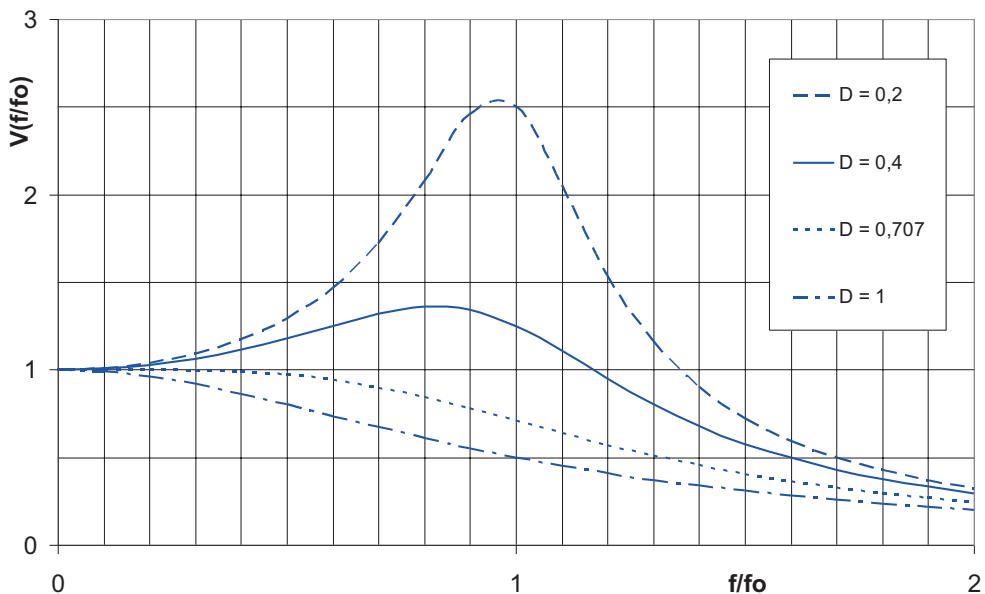


Bild 3.4 Vergrößerungsfunktionen bei unterschiedlichen Dämpfungsgraden

29. Es ist erkennbar, dass die Grenzfrequenz von der zulässigen Amplitudenüberhöhung abhängt. Sind +3 dB erlaubt (entspricht dem Vergrößerungsfaktor 1,41), ist ein Dämpfungsgrad von 0,4 sehr gut geeignet. Die Grenzfrequenz liegt dann etwa bei der 1,3-fachen Eigenfrequenz.

Gerade keine Amplitudenüberhöhung tritt beim Dämpfungsgrad 0,707 auf.

Die Hersteller von Beschleunigungsaufnehmern (gilt nicht für piezoelektrische) zielen in ihren mechanisch konstruktiven Maßnahmen (Fluiddämpfung) oft auf einen Dämpfungsgrad von 0,6 ab. Die Amplitudenüberhöhung beträgt dann maximal 5 %.

30. Temperatursensor: Oft muss mit Schutzrohren gearbeitet werden. Infolge der großen Wärmekapazität kann die Temperatur des Sensors im Schutzrohr schnellen Temperaturänderungen des Messmediums nicht folgen.

Drucksensor: Ist der Drucksensor am Ende einer Impulsleitung angebracht, die zudem vielleicht noch relativ dünnwandig ist („atmen“ kann), wird der Sensor, insbesondere wenn dessen Messvolumen groß ist, niemals schnelle Druckänderungen richtig erfassen können. Die Impulsleitung wirkt wie ein Widerstand und das Messvolumen wie eine Kapazität (RC-Tiefpass).

Drehmomentsensor: Drehmomentaufnehmer im Antriebsstrang werden meist mit Kupplungen montiert, um axialen, radialen und angularen Versatz auszugleichen. Je geringer die Torsionssteifigkeit dieser Kupplungen, desto torsionsweicher wird der Antriebsstrang. Sehr schnelle Drehmomentwechsel können dann gar nicht auftreten und demzufolge erst recht nicht vom Sensor wahrgenommen werden.

Beschleunigungssensor: Wird dieser mit einer zu dicken Klebstoffschicht am Messobjekt befestigt, wird der Sensor nicht exakt den Beschleunigungen des Objekts ausgesetzt. Sensor (Masse) und Kleber (Federkonstante) bilden ein eigenes Feder-Masse-System.

31. Bei vielen Messaufgaben hat die Phasenverschiebung tatsächlich keine Bedeutung. Hierzu zählen alle statischen und quasistatischen Messungen sowie die Aufzeichnung eines einzelnen dynamischen Messsignals wie das z. B. bei einem Kerbschlagbiegeversuch geschieht. Ganz anders ist der Sachverhalt, wenn mehrere miteinander korrelierte Messgrößen simultan erfasst werden (Crashtest mit einer Vielzahl von Beschleunigungsaufnehmern). Oft ist die zeitliche Beziehung der registrierten Signale untereinander relevant. Deshalb muss sichergestellt sein, dass nicht etwa unterschiedliche Phasenverschiebungen in den einzelnen Messkanälen auftreten bzw. die Differenzen in vertretbaren Grenzen bleiben. Außerdem muss bei allen Echtzeitaufgaben eine große Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal vermieden werden. Jeder Regelkreis wird bekanntlich instabil, wenn die Phasenverschiebung zu groß ist.
32. Bei einem Schwingungsdämpfer sind Kraft und Weg im Gegensatz zu einer idealen Feder, deren Wirkungsgrad gleich 1 ist, nicht in Phase. Aufgrund der Reibungsverluste eilt der Weg dem Kraftverlauf hinterher. Die eingeschlossene Fläche eines Zyklusses (einer Periode) im Kraft-Weg-Diagramm entspricht der umgesetzten Energie gemäß der Formel:

$$W = \int F(s) ds$$

Wenn nun aufgrund der Sensoreigenschaften oder wegen voneinander abweichender Kanaleinstellungen (unterschiedlich eingestellte Tiefpassfilter erzeugen unterschiedlich große Phasenverschiebungen) die Phasenlaufzeit im Kraftkanal größer ist als die im Wegkanal, kommt es bei hohen Frequenzen dazu, dass das Kraftsignal dem Wegsignal hinterherläuft. Eine absurde Situation!

33. Es gilt die Beziehung:

$$\varphi = \arctan -\frac{2D}{\frac{\omega_o}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_o}}$$

Damit kann die Phasenverschiebung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrades berechnet werden. Siehe Diagramm.

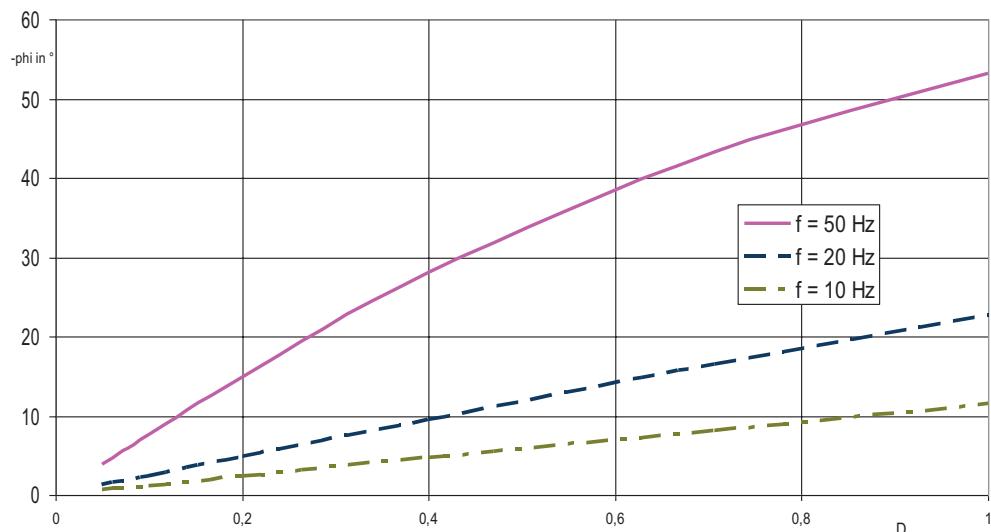


Bild 3.5 Phase als Funktion des Dämpfungsgrads bei verschiedenen Signalfrequenzen

34. Bei der Laufzeitberechnung kann auf die Formel aus der vorangegangenen Aufgabe zurückgegriffen werden:

$$t_L = \frac{T}{360^\circ} \cdot \varphi = \frac{1}{f \cdot 360^\circ} \cdot \arctan -\frac{2D}{\frac{f_o}{f} - \frac{f}{f_o}}$$

Mit den entsprechenden Werten erhält man:

$$t_L = \frac{1}{40 \text{ Hz} \cdot 360^\circ} \cdot \arctan -\frac{2 \cdot 0,6}{\frac{80 \text{ Hz}}{40 \text{ Hz}} - \frac{40 \text{ Hz}}{80 \text{ Hz}}} = -2,68 \text{ ms}$$

Das Ausgangssignal eilt dem Eingangssignal mit einem zeitlichen Abstand von 2,7 ms hinterher.

Bei sehr schnellen Regelungsaufgaben kann das zu Problemen führen.

35. Die mittlere Dehnung (streng genommen deren Betrag) bei 50 bar beträgt unter der Membranrosette 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$. Denn nur, wenn die vier Messgitter im Durchschnitt um einen Betrag von 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$ gedehnt werden, kann die Brückenverstimmung 2 mV/V betragen.

Da sowohl die Radial- als auch die Tangentialdehnung ortsabhängig ist, muss die maximale Dehnung auf der Membran größer sein als die mittlere. Die Maximaldehnung tritt in Form einer Radialdehnung am Rand der Membran auf und hängt ab vom Membranradius r_0 , der Querdehnzahl ν , der Membrandicke t (*en: thickness*) und vom E-Modul:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{R_0} = -\frac{3r_0^2(1-\nu^2)}{4t^2 \cdot E} p = -\frac{3(5\text{ mm})^2(1-0,3^2)}{4(0,471\text{ mm})^2 \cdot 210\,000 \text{ N mm}^{-2}} 5 \text{ N mm}^{-2} = \underline{\underline{1831 \mu\text{m}/\text{m}}}$$

Bei Nenndruck tritt am Membranrand eine Dehnung von 1831 $\mu\text{m}/\text{m}$ auf. *Oft werden Werkstoffe (z. B. 1.4542) verwendet, die sich nicht nur durch eine hohe Streckgrenze, Duktilität und Wechselleastbeständigkeit auszeichnen, sondern auch eine gute Medienbeständigkeit haben. Der Nachteil dieser Materialien liegt in der schlechten Bearbeitbarkeit.*

Die Eigenfrequenz ist u. a. von der Dichte des Membranmaterials abhängig:

$$f_0 = \frac{0,469 \cdot t}{r_0^2} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} = \frac{0,469 \cdot 0,471 \text{ mm}}{(5 \text{ mm})^2} \sqrt{\frac{210\,000 \text{ N mm}^{-2}}{7,8 \text{ kg dm}^{-3} \cdot (1-0,3^2)}} = \underline{\underline{48 \text{ kHz}}}$$

$$f_0 = \frac{0,469 \cdot 0,471}{25 \text{ mm}} \sqrt{\frac{210\,000 \text{ kg} \cdot 10^3 \text{ mm s}^{-2} \text{ mm}^{-2}}{7,8 \text{ kg} 10^{-6} \text{ mm}^{-3} \cdot (1-0,3^2)}} = \underline{\underline{48 \text{ kHz}}}$$

Wie an anderer Stelle bereits erwähnt, wird die Eigenfrequenz kleiner, wenn anstelle eines Gases eine Flüssigkeit an der Membran ansteht. Es darf also keinesfalls bedenkenlos mit einer Bandbreite von 24 kHz gerechnet werden.

36. Die Empfindlichkeit ergibt sich aus dem Quotienten von Ausgangssignaländerung (Ausgangssignal schwingt sich auf 1 V ein.) zu Eingangssignaländerung:

$$E = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 \text{ V}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,1 \frac{\text{V}}{\text{s}^2}$$

Würde sich die Sprungantwort in Form einer e-Funktion bei 0 V einpegeln, dann hätten wir es hier mit einem Hochpasssystem zu tun. Da das nicht der Fall ist, lautet die Schlussfolgerung; die untere Grenzfrequenz beträgt 0 Hz.

Die 95 %-Einschwingzeit ist die Zeit, die vergeht, bis die Sprungantwort letztmalig in einem Toleranzband von 0,05 V (5 % von einem V) verschwindet. Die Einschwingzeit ist mit etwa 50 μs aus dem Diagramm ablesbar.

Die Periodendauer einer Schwingung beträgt ca. 0,01 ms. Aus dem Kehrwert ergibt sich die Eigenfrequenz von 100 kHz.

Der Dämpfungsgrad kann aus der Abklingkonstante bzw. aus der Zeitkonstante der einhüllenden Funktion berechnet werden:

$$D \cdot \omega_0 = \delta = \frac{1}{\tau}$$

Nach Umstellung und Einsetzen erhält man:

$$D = \frac{3}{T_{0,95} \cdot 2\pi f_0} = \frac{3}{50 \mu\text{s} \cdot 2\pi \cdot 100 \text{ kHz}} = 0,095$$

Da weder die 95 %-Zeit noch die Eigenfrequenz exakt abgelesen werden können, soll der Dämpfungsgrad alternativ aus dem logarithmischen Dekrement bestimmt werden:

$$D = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4\pi^2}{\left(\ln \frac{A_1}{A_2}\right)^2}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4\pi^2}{\left(\ln \frac{0,73}{0,39}\right)^2}}} = 0,099$$

Wobei das Ablesen der aufeinander folgenden Amplituden natürlich auch mit einer Unsicherheit behaftet ist. Der Dämpfungsgrad liegt in guter Näherung bei etwa 0,1.

Bei diesem niedrigen Dämpfungsgrad liegt die untere Grenzfrequenz (3 dB) nahe der halben Eigenfrequenz. Die Bandbreite damit 50 kHz.

37. Die Zeitkonstante ergibt sich in guter Näherung aus dem Produkt von Wärmekapazität und Wärmeleitwiderstand.

$$\tau = C \cdot R_{\text{th}}$$

Wobei Letzterer der Kehrwert der Wärmeleitfähigkeit ist, in der die wirksame Fläche eine wichtige Rolle spielt.

$$R_{\text{th}} = \frac{1}{A \alpha_w}$$

Aus Durchmesser und Länge erhält man die wirksame Oberfläche:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot (5 \text{ mm})^2 + \pi \cdot 5 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} = 491 \text{ mm}^2$$

Im Kabelanschlussbereich ist kein Wärmeaustausch mit dem Medium möglich.

Berücksichtigt man jetzt, dass die Wärmekapazität das Produkt aus Masse und spezifischer Wärmekapazität ist, erhält man:

$$\tau = C \cdot R_{th} = mc_s \cdot \frac{1}{A\alpha_w} = 1 \text{ g} \cdot 0,3 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot \frac{1}{491 \text{ mm}^2 \cdot 100 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}^2}} = 6 \text{ s}$$

Die 95 %-Einschwingzeit beträgt demnach 18 s.

Man beachte, dass die Wärmeübergangszahl und damit auch die Einschwingzeit eine ganz andere ist, wenn es hohe Strömungsgeschwindigkeiten gibt oder das Messobjekt Wasser ist.

■ 4 Verschiedenes

1. Das Ziel der Messung muss klar sein: Worin liegt der Nutzen der Messung? Wie groß ist dieser?

Informationen über das Messobjekt und den Messort sind einzuholen: Welche Besonderheiten sind zu beachten? Welche Umgebungsbedingungen sind zu erwarten (Temperatur, Druck, Vibrationen, Felder, Ex-Gefahr)? Welche Schutzart (IP-Klasse) wird benötigt?

Welche Messgrößen sind geeignet, das Ziel der Messung zu erreichen? Welche physikalische Größe (bzw. Größen) soll letztendlich erfasst werden?

An welcher Stelle des Messobjekts kann die Messgröße erfasst werden, ohne das Messobjekt zu beeinflussen? Wo kann die Messgröße ohne signifikanten Informationsverlust erfasst werden?

Welche Werte kann die Messgröße im Extremfall annehmen? Wie groß muss der Messbereich sein?

Wie lange soll die Messtechnik im Einsatz sein? Sind Wartungsmaßnahmen möglich?

Welcher Schaden entsteht bei Nichtverfügbarkeit?

Mit welchen Einflussgrößen ist zu rechnen?

Fragen zur Messunsicherheit: Wie groß dürfen statische und dynamische Messabweichungen werden?

Welche Frequenzen sind im Messsignal enthalten? Wie schnell ändert sich die Messgröße? Sind alle Messgrößenänderungen zu erfassen (Spitzenwerte) oder ist es hinreichend Mittelwerte zu messen?

Müssen die Messwerte aufgezeichnet werden? Wie werden die Messwerte weiterverarbeitet?

Viele dieser Fragen können nicht losgelöst voneinander betrachtet werden. Offenkundig ist, dass gewisse Antworten weitere Fragen erforderlich machen werden.

2. Muss eine bestimmte Unsicherheit eingehalten werden (hohe Absolutgenauigkeit sowie genaue Kalibrierung wären notwendig) oder genügt auch eine hohe Auflösung oder eine gute Reproduzierbarkeit der Messergebnisse?

Handelt es sich um eine nullpunktbezogene Messung (hohe Nullpunktstabilität wäre erforderlich) oder geht es nur darum, eine Messgrößenänderung quantitativ festzustellen? Ist zu bestimmten Zeitpunkten die Durchführung eines Nullabgleichs möglich (Ladentischwaage)?

3. Allgemein verfügen Oszilloskope nur über Spannungseingänge. Mit einem Messwiderstand von 500Ω kann der eingeprägte Strom in eine Spannung gewandelt werden. Die Leistung des Widerstands muss mindestens $\frac{1}{4} \text{ W}$ betragen.

Der Druckaufnehmer muss eine Eigenfrequenz besitzen, die mindestens doppelt (besser ist Faktor 5) so groß ist wie die höchste im Messsignal enthaltene Frequenz. Leider verringert sich die Eigenfrequenz der Druckaufnehmermembran (oft in den technischen Daten angegeben) infolge der Masse des Fluids.

Der Messverstärker muss eine obere Grenzfrequenz haben, die mindestens so groß ist wie die höchste im Messsignal enthaltene Frequenz.

Die Schwierigkeit bei solchen Messaufgaben besteht darin, dass man vor der ersten Messung oft nur vage Vorstellungen hat, welche Frequenzen im Messsignal zu erwarten sind. Natürlich muss nicht die gesamte Signalbandbreite erfasst werden: Von Bedeutung sind nur Frequenzen, bei denen noch wesentliche Amplituden auftreten.

4. Bei diesem Messsystem muss der Nullpunkt verstellbar sein. Das System muss ein analoges Ausgangssignal proportional zum Messsignal erzeugen. Der Proportionalitätsfaktor muss einstellbar sein. Dann wäre ein klassischer Kompaktregler unmittelbar realisierbar. Der Sollwert kann als Offset eingestellt werden. Der P-Anteil entspricht dem Proportionalitätsfaktor.

5. Verfügt das Messgerät über einen Grenzwertschalter (mit oder auch ohne Hysterese), dann kann dieses als Zweipunktregler benutzt werden.

6. Nichtlineare Systeme übertragen nicht nur die Grundschwingung des Sinussignals. Sie bilden zusätzlich Oberschwingungen (auch Oberwellen genannt) aus.

Ein Messsystem mit nichtlinearer statischer Kennlinie erzeugt demzufolge beim Auftreten periodischer Eingangssignale Ausgangssignalfrequenzen, die im Eingangssignal nicht vorhanden sind.

7. Der Bezugswert p_0 für den in dB angegebenen Schalldruck p beträgt $20 \mu\text{Pa}$. Dieser Wert entspricht etwa der Hörschwelle eines gesunden Menschen bei einer Frequenz von 2 kHz.

Die Berechnung erfolgt mit der Formel:

$$L_p = 20 \cdot \lg \left(\frac{p}{p_0} \right) \text{dB}$$

8. Inkrementalsensoren verfügen oft über Referenzmarken, damit Zählfehler (Nullpunktfehler, die sich akkumulieren können) beim Passieren der Referenzposition korrigiert werden können. Die Auswertegeräte verfügen über entsprechende Zusatzeingänge.

9. Die Empfindlichkeit ergibt sich unter der naheliegenden Annahme einer linearen Kennlinie aus dem Differenzenquotienten (5 V durch 2 bar) mit 2,5 V/bar.

Für die statische Kennlinie gilt der Zusammenhang:

$$U(p) = 2,5 \frac{\text{V}}{\text{bar}} \cdot p$$

Die Sprungantwort hat keinen Wendepunkt. Deshalb gibt es nur eine Zeitkonstante, die der 63 %-Einschwingzeit entspricht.

$$U_{63\%} = U_{t=\infty} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 5 \text{ V} \cdot 0,632 = 3,16 \text{ V}$$

Wenn die Spannung den Wert 3,16 V erreicht hat, ist eine Sekunde vergangen, was der Zeitkonstanten entspricht.

Aus der Multiplikation mit Faktor 3 oder auch aus dem Diagramm (Zeitablesung bei 4,75 V) erhält man die 95 %-Einschwingzeit von 3 s.

Bekannt ist der Zusammenhang:

$$2\pi f_g = \frac{1}{\tau}$$

Daraus ergibt sich für die obere Grenzfrequenz der sehr niedrige Wert von 0,16 Hz.

Die untere Grenzfrequenz beträgt 0 Hz. Andernfalls müsste sich die Sprungantwort erkennbar dem Wert 0 V annähern.

10. TEDS bedeutet Transducer Electronic Data Sheet. Die technischen Daten eines Sensors und ggf. auch weitere Informationen sind auf einem EEPROM abgelegt, der im Sensor oder auch in dessen Anschlusskabel integriert ist. Messelektroniken lesen die Daten über das Anschlusskabel aus und justieren sich selbst anhand derselben. Die Norm IEEE 1451.0 gewährleistet, dass dies auch firmenübergreifend funktioniert.

11. Es ist eine Messspanne von 180° möglich. Darüber hinaus wäre das Messsignal nicht mehr eindeutig.

Der Beschleunigungssensor muss eine untere Grenzfrequenz von 0 Hz und einen Messbereich von mindestens $9,81 \text{ m/s}^2$ haben. Treten im Einsatz neben der Fallbeschleunigung weitere Beschleunigungen auf, muss der Messbereich entsprechend größer sein.

Bei diesem Verfahren können auftretende Beschleunigungen nicht von Neigungsänderungen unterschieden werden. Ungünstig ist außerdem, dass der Zusammenhang zwischen der Messgröße und dem Messsignal nichtlinear ist.

12. Der Zusammenhang zwischen Neigungswinkel α und Beschleunigung a lautet:

$$a(\alpha) = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos \alpha$$

Bei einem Winkel von 90° steht die Messachse des Aufnehmers orthogonal zur Fallbeschleunigung. Das Ausgangssignal ist gleich 0.

Die Umkehrfunktion zur Berechnung der Neigung lautet:

$$\alpha = \arccos \frac{a(\alpha)}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Mit dieser kann aus dem Ausgangssignal des Beschleunigungsaufnehmers der Winkel berechnet werden.

13. Der Aufnehmer ist waagerecht am Gebäude anzubringen. Das entspricht einem Winkel von 90° bezogen auf die Wirkrichtung der Fallbeschleunigung. In der näheren Umgebung von 90° ist die Cosinus-Funktion nahezu linear.
14. Im Bereich von 80 bis 100° kann in sehr guter Näherung von einem einfachen linearen Zusammenhang ausgegangen werden. Nur selten treten bei Bauwerken größere Abweichungen von der Senkrechten auf.

Der Anstieg m ergibt sich aus der ersten Ableitung der Formel

$$a(\alpha) = g \cdot \cos \alpha$$

nach dem Winkel:

$$m(\alpha = 90^\circ) = \frac{da(\alpha)}{d\alpha}(\alpha = 90^\circ) = \frac{d(g \cdot \cos \alpha)}{d\alpha} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-\sin 90^\circ) = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Der Anstieg der Geradengleichung entspricht dem negierten Wert der Fallbeschleunigung. Zum Nullpunkt b gelangt man durch Einsetzen der Werte in die Geradengleichung:

$$y = mx + b$$

Unter der Annahme b sei 0, erhält man bei einem Winkel von 90° :

$$y = -g \cdot x = -g \cdot \frac{\pi}{2}$$

Daraus folgt:

$$b = g \cdot \frac{\pi}{2}$$

Die Geradengleichung lautet:

$$y = mx + b = -gx + g \cdot \frac{\pi}{2} = -g \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$$

Auf die messtechnische Anwendung übertragen lautet die Formel:

$$a(\alpha) = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$$

Die Umkehrfunktion ergibt sich je nach Schreibweise:

$$\alpha = \frac{a}{-9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + \frac{\pi}{2} = \frac{a}{-9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} + 90^\circ$$

Mit dieser Formel kann der Winkel zur Horizontalen aus der Beschleunigung bestimmt werden. Der Vorteil liegt darin, dass aufgrund der Linearisierung die richtige Justage von Nullpunkt und Empfindlichkeit an der Messelektronik für eine ziffernrichtige Anzeige hinreichend ist. Ein Prozessor ist nicht erforderlich.

15. Bei einer Neigung von 0° entsteht keine Abweichung, denn die Geradengleichung verläuft exakt durch den Wendepunkt der Cosinus-Funktion, der gleichzeitig deren Nullstelle bei 90° ist.

Setzt man die Winkel von 95 und 100° in die Formel

$$a(\alpha) = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos \alpha$$

ein, erhält man die Beschleunigungen $-0,854998$ und $-1,703489 \text{ m/s}^2$. Diese wirken tatsächlich auf den Aufnehmer. Benutzt man nun für die Rückrechnung dieser Werte die vereinfachte Geradengleichung

$$\alpha = \frac{a}{-9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} + 90^\circ$$

erhält man die Winkel $94,99$ und $99,95^\circ$. Diese sind offensichtlich mit kleinen Fehlern ($0,01$ und $0,05^\circ$) behaftet.

Die relative systematische Abweichung beträgt bei einer Neigung von 5° $-0,2\%$ und bei einer Neigung von 10° $-0,5\%$.

Die Abweichungen sind vertretbar.

16. Zunächst wird die Gleichung in die Normalform

$$0 = s^2 + s \cdot p + q$$

gebracht:

$$0 = s^2 - s \cdot 200 \text{ mm} + 100 \frac{\text{mm}^2}{\Omega} \cdot R$$

Aus dem Koeffizientenvergleich gewinnt man:

$$p = -200 \text{ mm}$$

$$q = 100 \frac{\text{mm}^2}{\Omega} \cdot R$$

Die Koeffizienten werden in die Lösungsformel für quadratische Gleichungen eingesetzt:

$$s_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{-200 \text{ mm}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-200 \text{ mm}}{2}\right)^2 - 100 \frac{\text{mm}^2}{\Omega} \cdot R}$$

Die physikalisch relevante Lösung lautet:

$$s = 100 \text{ mm} - \sqrt{10000 \text{ mm}^2 - 100 \frac{\text{mm}^2}{\Omega} \cdot R}$$

17. Im Datenblatt werden typspezifische Angaben gemacht. Es werden fast immer Grenzwerte (manchmal leider auch typische Werte) für die Einflussgrößenkoeffizienten angegeben. Diese dienen dazu, die Eigenschaften unterschiedlicher Typen zu vergleichen oder maximal mögliche (ggf. typisch auftretende) Abweichungen für diese Baureihe zu berechnen.

Für eine Korrektur benötigt man die stückspezifische Angabe mit Betrag und Vorzeichen.

18. Wenn bei nullpunktbezogenen Messungen kleine Messwerte auftreten, sind die durch den TKN verursachten Messabweichungen natürlich relativ groß. Denn diese wirken additiv.

Der TKE verursacht multiplikative Messabweichungen. Die relative Abweichung ist nicht messwertabhängig und wächst nicht bei kleineren Messwerten.

19. Der TKN spielt keine Rolle, wenn die Messung ohne Nullpunktbezug auskommt. Bei einer Differenzmessung, wenn es nur darum geht, eine Änderung zu erfassen, ist der TKN bedeutungslos. Vorausgesetzt natürlich, dass sich die Temperatur (und damit der Nullpunkt) nicht während der Messung ändert.

20. Der Nullpunkt sinkt offensichtlich um $0,04 \text{ mV/V}$ bei einer Temperaturerhöhung um 40 K . Das entspricht $-0,01 \text{ mV/V}$ je 10 K . Bezieht man diesen Wert auf die Nennausgangssignaländerung (Kennwert 2 mV/V bei Nenntemperatur) erhält man den Temperaturkoeffizienten des Nullpunkts:

$$TK0 = \frac{-0,01 \frac{\text{mV/V}}{10 \text{ K}}}{2 \text{ mV/V}} \cdot 100 \% = -0,5 \frac{\%}{10 \text{ K}}$$

Der Kennwert bei Nenntemperatur beträgt 2 mV/V (= 2 mV/V - 0 mV/V). Steigt die Temperatur um 40 K, stellt sich ein Kennwert von 2,16 mV/V (= 2,12 mV/V - (-0,04 mV/V)) ein. Bezieht man die Differenz auf den Nennwert von 2 mV/V, erhält man die relative Änderung von 8%. Bezogen auf eine Temperaturänderung von 10 K entspricht das 2 %. Daraus folgt für den Temperaturkoeffizienten des Kennwerts (bzw. der Empfindlichkeit):

$$TKK = 2 \frac{\%}{10 \text{ K}}$$

Alternativ kann man die Berechnung auch mit den folgenden Formeln durchführen:

$$TK0 = \frac{y_{0,T_1} - y_{0,T_0}}{y_{N,T_0} - y_{0,T_0}} \cdot \frac{1}{T_1 - T_0}$$

$$TKK = \left(\frac{y_{N,T_1} - y_{0,T_1}}{y_{N,T_0} - y_{0,T_0}} - 1 \right) \frac{1}{T_1 - T_0}$$

Nach Einsetzen der Werte erhält man:

$$TK0 = \frac{-0,04 \text{ mV/V} - 0,00 \text{ mV/V}}{2,00 \text{ mV/V} - 0,00 \text{ mV/V}} \cdot \frac{1}{60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = \frac{-0,005}{10 \text{ K}}$$

$$TKK = \left(\frac{2,12 \text{ mV/V} - (-0,04 \text{ mV/V})}{2,00 \text{ mV/V} - 0,00 \text{ mV/V}} - 1 \right) \frac{1}{60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = \frac{0,02}{10 \text{ K}}$$

Dieses „einfach nur einsetzen und rechnen“ ist zunächst sehr bequem, birgt jedoch mehr Gefahren durch falsches Einsetzen und „Verrechnen“ als die erste Variante.

21. Die unkorrigierte Nullpunktabweichung ist das Produkt aus TKN und Temperaturabweichung, wobei sich die Prozentangabe auf den Messbereich bezieht:

$$\Delta_{NP} = TKN \cdot \Delta T \cdot MB = 0,2 \frac{\%}{10 \text{ K}} \cdot 3 \text{ K} \cdot 50 \text{ kN} = 0,03 \text{ kN}$$

Die nichtkorrigierte Empfindlichkeitsabweichung ist das Produkt aus TKE und Temperaturabweichung, wobei sich die Prozentangabe hier auf den Messwert bezieht:

$$\Delta_E = TKE \cdot \Delta T \cdot MW = 0,4 \frac{\%}{10 \text{ K}} \cdot 3 \text{ K} \cdot 10 \text{ kN} = 0,012 \text{ kN}$$

In Summe kann durch die Abweichung zwischen gemessener und wahrer Temperatur ein Fehler von 42 Newton verbleiben.

Bezogen auf den Messwert und erst recht auf den Messbereich ist das nicht viel und wird bei den allermeisten Anwendungen vertretbar sein.

22. Zunächst muss geklärt werden, welche Bezugsgerade benutzt werden soll. Es gibt die Endpunktgerade, die durch den Anfangs- und den Endpunkt verläuft (Grenzpunkteinstellung). Am häufigsten wird allerdings die Anfangspunkteinstellung (bestpassende Gerade durch den Anfangspunkt) gewählt. Darüber hinaus gibt es noch die Kleinstwerteinstellung, bei der die bestpassende Gerade verwendet wird, die weder durch Anfangs- noch durch den Endpunkt verlaufen muss. Für einige Messgeräte ist in einer Norm oder Richtlinie definiert, welche Bezugsgerade zu verwenden ist. Für andere Messgeräte gibt es keine Vorgaben, so dass der Hersteller entscheidet. Viele Anbieter geben einen Hinweis auf die gewählte Bezugsgerade. *Es liegt auf der Hand, dass der Hersteller eher nicht die Grenzpunkteinstellung wählt.*
23. Bei der Kleinstwerteinstellung verläuft die Gerade meist nicht durch den Anfangswert. Bei sehr kleinen Messwerten entstehen dadurch riesige relative Messabweichungen.
24. Üblich ist hier die Anfangspunkteinstellung. Zunächst werden Stützstellen (Werte paare bestehend aus einem Soll- und einem Istwert bzw. einem Eingangs- und einem Ausgangswert) experimentell aufgenommen. Das können z.B. 11 oder auch 21 Wertepaare sein. Für die Darstellung präziser Wege eignen sich Parallelendmaße. Jetzt wird eine Gerade in den Anfangspunkt gelegt. Der Anstieg wird so gewählt, dass die größte Abweichung minimal ist: bestpassende Gerade durch den Anfangspunkt. Die größte Abweichung wird nun durch die Differenz aus Anfangs- und Endwert dividiert und mit 100 % multipliziert. *Das Ergebnis wird übrigens nicht dadurch beeinflusst, ob die Rechnung bezüglich der x- oder bezüglich der y-Achse durchgeführt wird.*
25. Sind dem Anwender nur Anfangs- und Endpunkt bekannt, wird dieser die Messkette entsprechend dieser Stützstellen justieren. Beim praktischen Messen kann deshalb folgende Linearitätsabweichung auftreten:

$$\Delta p_{\text{Lin}} = p_{\text{MB}} \cdot \delta_{\text{Lin}} \cdot 2 = 10 \text{ bar} \cdot 0,5 \% \cdot 2 = 100 \text{ mbar}$$

Sind weitere Stützpunkte durch Kalibrierung bekannt, justiert man die Messkette besser so, dass die Kennlinie durch den Anfangspunkt verläuft und einen bestpassenden Anstieg hat, so dass die maximale Abweichung minimal wird. Dann kann die Linearitätsabweichung auf 50 mbar begrenzt werden.

26. Solange die Federkraft größer ist als die benötigte Kraft, hebt die Tastspitze nicht ab. Die Bedingung hierfür lautet:

$$F \geq m \cdot a$$

Die aufzuwendende Kraft ist gleich dem Produkt aus Masse der Tastspitze und der erforderlichen Beschleunigung. Die Funktion des Weges über der Zeit ist Ausgangspunkt für die Berechnung der Beschleunigung:

$$s(t) = s_0 \cdot \sin \omega t$$

Die zweite Ableitung nach der Zeit lautet:

$$a(t) = s_0 \cdot \omega^2 \cdot (-\sin \omega t)$$

Die lokalen Maxima treten bei 90° auf:

$$a_{\max} = a \left(\omega t = \frac{\pi}{2} \right) = s_0 \cdot \omega^2$$

Damit ergibt sich als notwendige Federkraft:

$$F \geq m \cdot s_0 \cdot \omega^2 = 12 \text{ g} \cdot 4 \text{ mm} \cdot (2\pi \cdot 50 \text{ Hz})^2 = 4,7 \text{ N}$$

Eine Vorspannung von 2 N ist bereits in ausgefahrener Position vorhanden. Es fehlen also noch 2,7 N, um die Bedingung zu erfüllen. Das kann geschehen, wenn die untere Hälfte des Messbereichs nicht benutzt wird:

$$s_{\text{Anhub}} = \frac{\Delta F}{k} = \frac{2,7 \text{ N}}{0,06 \text{ N/mm}} = 45 \text{ mm}$$

Wird gesichert, dass die Tastspitze zu jeder Zeit mindestens 45 mm eingefahren ist, besteht die Gefahr des Abhebens nicht.

27. Der Zusammenhang zwischen der Messgröße und der Dehnung lässt sich zwar häufig über die Geometrie des Bauteils und den E-Modul bestimmen, jedoch ist der E-Modul nicht genau bekannt und der k-Faktor des DMS ebenfalls nicht, sodass systematische Abweichungen entstehen. Diese werden mit Hilfe einer Kalibrierung beseitigt.

Eine Kalibrierung mit nachfolgender Justage kann die systematischen Abweichungen weitestgehend beseitigen, stellt jedoch keine Lösung für folgende Probleme dar: Das Messobjekt besteht nicht aus Aufnehmermaterial („normale“ Werkstoffe weisen große Materialnachwirkungen und/oder Hysterese auf. Die Temperaturgangkompensation ist nicht optimal, weil der Temperaturausdehnungskoeffizient und der TK des E-Moduls nicht genau bekannt sind). Die Dehnungen sind oft sehr niedrig, weil natürlich der Konstrukteur nicht die Vorgabe hatte, an dieser Stelle seiner Konstruktion Dehnungen von $1000 \mu\text{m}/\text{m}$ auftreten zu lassen.

28. Die wirksame Querschnittsfläche A ist etwas größer als der Querschnitt des Steges. Der Formfaktor c_A kann für ein solches Profil in guter Näherung mit 1,1 angenommen werden.

$$\varepsilon_{45^\circ} = \frac{F}{A} c_A \frac{(1+\nu)}{E} = \frac{2000 \text{ N}}{45 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm}} \cdot 1,1 \cdot \frac{(1+0,3)}{210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 50 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$$

Die Scherdehnung beträgt bei Maximalkraft lediglich $50 \mu\text{m}/\text{m}$. Es sollten unbedingt 4 DMS appliziert werden, damit die Brückenverstimmung wenigstens $0,1 \text{ mV/V}$ beträgt. Diese niedrigen Werte sind insbesondere bei nullpunktbezogenen Messungen grenzwertig. Es muss damit gerechnet werden, dass Kräfte von nur 100 N auftreten, die ebenfalls mit hinreichender Genauigkeit gemessen werden sollen.

Eine geeignete Maßnahme, die Dehnung und damit das Ausgangssignal zu vergrößern, besteht darin, den Steg seitlich anzufräsen, so dass dessen Dicke reduziert wird.

Eine Verminderung um Faktor 10 (auf 0,6 mm) bewirkt eine Verzehnfachung der Dehnung. Es ist hinreichend, wenn das auf der Fläche geschieht, auf der die Scher-DMS (Ausführung: Fischgräte) appliziert werden.

29. Der DMS ist nicht optimal an den Temperaturausdehnungskoeffizienten des Materials angepasst. Die Viertelbrücke ist zur Kompensation nicht in der Lage. Deshalb wird bei Temperaturänderung eine scheinbare Dehnung gemessen.

$$\Delta \varepsilon = \Delta \vartheta \cdot \Delta T K_{\text{Anpassung}} = 10 \text{ K} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} = 50 \mu\text{m/m}$$

Diese beträgt $50 \mu\text{m/m}$ und ist damit genauso groß wie die Scherdehnung, die von einer Kraft verursacht wird, die 2 kN beträgt. Die messwertbezogene Abweichung beträgt dann 100 %. Bei kleineren Kräften ist die relative Abweichung entsprechend größer. Oder anders ausgedrückt: Eine Temperaturänderung um 10 K täuscht eine Kraftänderung um 2 kN vor.

Auch dieses Beispiel zeigt, dass es auf einen großen Unterschied zwischen Nutzsignal und Störeinfluss ankommt. Vermindert man die Stegdicke auf $0,6 \text{ mm}$, wird die Nutzsignalempfindlichkeit verzehnfacht. Um denselben Faktor sinkt dann der Temperatureinfluss.

Weitere erhebliche Verbesserungen würde die Applikation von vier temperaturgängangepassten DMS bringen.

Andererseits wäre der Nullpunktfehler überhaupt nicht relevant, wenn nur Kraftänderungen gemessen werden, wie es bei nichtnullpunktbezogenen Messaufgaben der Fall ist.

30. Mikrowellen können sich im Wasser nicht ausbreiten. Deren Reichweite ist aufgrund der Leitfähigkeit und des großen Imaginärteils der Dielektrizitätszahl von Wasser viel zu niedrig.